数　学 (45分)

1

次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。

① $-3-(-5)$

② $(-2)\times 6$

③ $2(a-2b)-(a+b)$

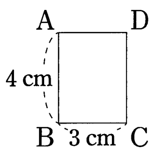
④ $9a^2b\div 3a$

⑤ $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$

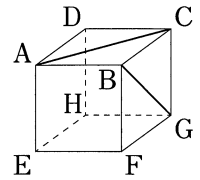
⑥ 方程式 $x^2+3x-1=0$ を解きなさい。

⑦ 2点 $(1,1)$，$(3,-3)$ を通る直線の式を求めなさい。

⑧ 右の図のような，ＡＢ＝4cm，ＢＣ＝3cmの長方形ＡＢＣＤがある。この長方形を，辺ＤＣを軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



⑨ 右の図のような立方体がある。面ＡＢＣＤ上の線分ＡＣと面ＢＦＧＣ上の線分ＢＧの長さについて，正しく述べられている文は，ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。



ア　線分ＡＣの方が長い。
イ　線分ＢＧの方が長い。
ウ　線分ＡＣと線分ＢＧの長さは等しい。
エ　どちらが長いかは，問題の条件だけでは決まらない。

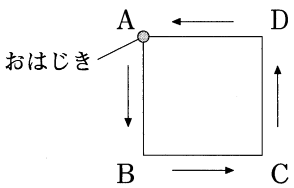
⑩ 同じ大きさの玉がたくさん入っている袋がある。この袋の中から30個の玉を取り出し，その全部に印をつけて戻した。その後，袋の中をよくかき混ぜ，50個の玉を無作為に抽出すると，印をつけた玉が5個含まれていた。はじめに袋の中に入っていた玉のおよその個数として最も適当なのは，ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　およそ250個　　**イ**　およそ300個
ウ　およそ350個　　**エ**　およそ400個

2

花子さんは，子供会で次のような〔ルール〕のさいころゲームを企画した。①～③に答えなさい。ただし，さいころの1から6までの目の出方は，同様に確からしいものとする。

〔ルール〕
・右の図のような正方形ＡＢＣＤの頂点Ａにおはじきを置く。
・大小2つのさいころを同時に1回投げて，出た目の数の和と同じ数だけ，おはじきを頂点ＡからＢ，Ｃ，Ｄ，Ａ，…の順に1つずつ矢印の方向に移動させる。例えば，出た目の数の和が3のとき，おはじきを頂点Ｄに移動させる。



① 大小2つのさいころを同時に1回投げるとき，出た目の数の和が5となるのは何通りあるかを求めなさい。

② 花子さんは，おはじきが頂点Ｂにちょうど止まる確率を，次のように求めた。$\boxed{(1)}$，$\boxed{(2)}$ に適当な数を書き入れなさい。

おはじきが頂点Ｂにちょうど止まるのは，出た目の数の和が，5または $\boxed{(1)}$ のときだから，求める確率は $\boxed{(2)}$ である。

③ 花子さんは，おはじきが最も止まりやすい頂点を「あたり」と決め，おはじきがその頂点にちょうど止まれば，景品を渡すことにした。「あたり」としたのは，頂点Ａ～Ｄのうちのどれですか。一つ答えなさい。また，おはじきがその頂点にちょうど止まる確率を求めなさい。

3

社会の授業で検地について学習した太郎さんは，昔の土地の**＜測量方法＞**に興味をもち，江戸時代の土地の測量の様子を表した図1をもとに，台形の土地を図2のように模式化して考えた。①～③に答えなさい。

＜測量方法＞

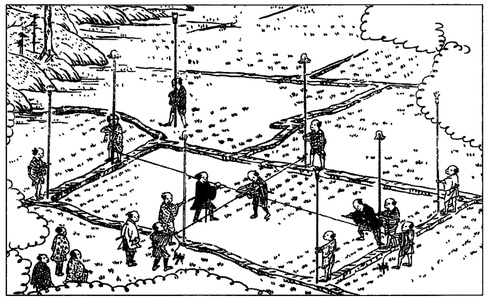


図1（「徳川幕府県治要略」から）

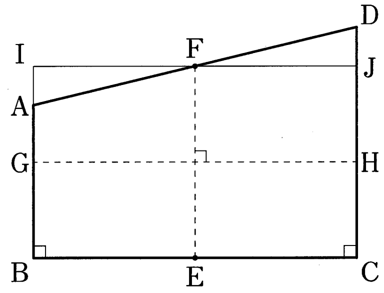


図2

・ＡＢ＜ＣＤ，∠ＡＢＣ＝∠ＤＣＢ＝90°である台形ＡＢＣＤについて，(あ)線分ＢＣの中点Ｅと線分ＡＤの中点Ｆをとり，線分ＥＦの位置に縄を張る。
・線分ＡＢ，ＣＤ上にそれぞれ点Ｇ，Ｈを，ＥＦ⊥ＧＨとなるようにとり，線分ＧＨの位置に縄を張る。
・(い)張った2本の縄の長さの積（ＥＦ×ＧＨ）が，その土地（台形ＡＢＣＤ）の面積となる。

① 下線部(あ)の点Ｅを，定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

② 下線部(い)について，太郎さんは**＜測量方法＞**で図2の台形ＡＢＣＤの面積を求めることができる理由を，次のように説明した。$\boxed{\quad}$ に△ＡＦＩ≡△ＤＦＪの証明の過程を書き，**＜説明＞**を完成させなさい。

＜説明＞
点Ｆを通り，線分ＢＣに平行な直線と直線ＡＢ，ＣＤとの交点をそれぞれＩ，Ｊとする。
△ＡＦＩと△ＤＦＪにおいて，

$\boxed{\qquad\qquad}$

△ＡＦＩ≡△ＤＦＪである。したがって，△ＡＦＩ＝△ＤＦＪであり，台形ＡＢＣＤの面積は長方形ＩＢＣＪの面積と等しくなるから，張った2本の縄の長さの積（ＥＦ×ＧＨ）が，その土地（台形ＡＢＣＤ）の面積となる。

③ 図3のような五角形ＰＱＲＳＴがある。線分ＲＳの中点をＵ，線分ＰＵと線分ＱＴとの交点をＶ，線分ＰＶ，ＶＵの中点をそれぞれＷ，Ｘとする。ＰＶ＜ＶＵ，ＱＶ＝ＶＴ，∠ＰＶＴ＝∠ＳＴＶ＝90°であるとき，線分の長さや面積の関係について，正しくないものは，ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　ＱＲ＋ＴＳ＝2ＶＵ
イ（四角形ＱＲＳＴの面積）＝ＱＴ×ＶＵ
ウ（五角形ＰＱＲＳＴの面積）＝ＱＴ×ＰＸ
エ（五角形ＰＱＲＳＴの面積）＝ＱＴ×ＷＵ

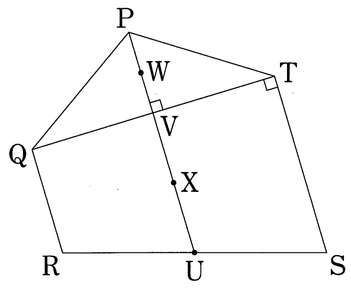


図3

4

絵理さんと桃子さんは，連続する３つの自然数の性質について考えた。次の会話を読んで，①～④に答えなさい。

絵理：連続する３つの自然数の和は，どのような数になるのかな。
桃子：連続する３つの自然数が１，２，３のとき，その和は６になるね。２，３，４のとき，その和は９になるね。連続する３つの自然数の和は，いつでも３の倍数になりそうよ。
先生：連続する３つの自然数について，積も含めて考えると，ほかにも様々な性質がありそうですね。

① 下線部について，絵理さんは次のように確かめた。$\boxed{(1)}$，$\boxed{(2)}$ に適当な式を書き入れなさい。

> 連続する３つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とすると，中央の自然数は $n+1$，最も大きい自然数は $\boxed{(1)}$ と表される。このとき，連続する３つの自然数の和は，
> $n+n+1+\boxed{(1)}=3\,(\boxed{(2)})$
> となり，$\boxed{(2)}$ は自然数だから，$3\,(\boxed{(2)})$ は３の倍数である。
> したがって，連続する３つの自然数の和は，いつでも３の倍数になる。

② 連続する３つの自然数の性質について，正しく述べられている文は，ア～エのうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア 連続する３つの自然数の和は，いつでも奇数になる。
イ 連続する３つの自然数の和は，いつでも偶数になる。
ウ 連続する３つの自然数の和は，いつでも中央の自然数の３倍になる。
エ 最も小さい自然数と最も大きい自然数の和は，いつでも中央の自然数の２倍になる。

③ 先生の話を聞いた２人は，次のメモのように考え，連続する３つの自然数の性質を予想した。

	最も小さい自然数	中央の自然数	最も大きい自然数						
連続する３つの自然数	1	2	3	2	3	4	3	4	5
２数の積		3			8			15	
		↓			↓			↓	
２数の積に１をたした数		4			9			16	

【予想】連続する３つの自然数について，最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に１をたした数は，いつでも中央の自然数の２乗になる。

メモの【予想】は次のように証明できる。$\boxed{}$ に n を使った式を用いて【予想】が正しいことを示し，＜証明＞を完成させなさい。

＜証明＞
連続する３つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とすると，最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に１をたした数は，
$\boxed{}$
したがって，【予想】が正しいことが示された。

④ 連続する３つの自然数について，最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に１をたした数が324となるとき，連続する３つの自然数を求めなさい。

5

大輝さんと真衣さんは，次のように動く図形が重なった部分の面積について考えた。①～③に答えなさい。

図１のように，ＡＢ＝ＢＣ＝８cm，∠ＡＢＣ＝90°の直角二等辺三角形ＡＢＣと，ＤＥ＝８cm，ＥＦ＝４cmの長方形ＤＥＦＧが直線 ℓ 上にあり，点Ｃと点Ｅは重なっている。図２のように，長方形ＤＥＦＧを固定し，△ＡＢＣが直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒１cmの速さで動く。図３のように，点Ｂが点Ｆと重なったとき，△ＡＢＣは止まる。△ＡＢＣが動き始めてから t 秒後の△ＡＢＣと長方形ＤＥＦＧが重なった部分をＰとする。

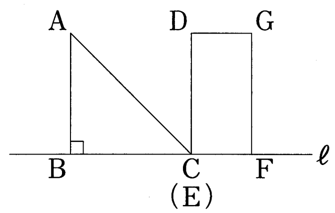


図１

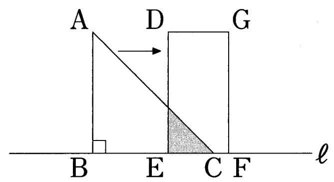


図２

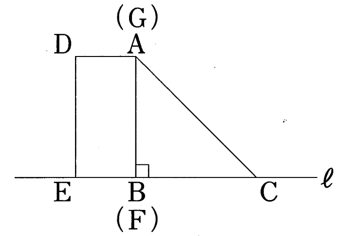
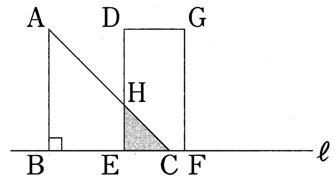


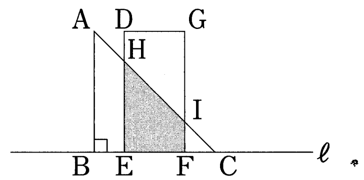
図３

＜大輝さんの考え＞
【△ＡＢＣが動き始めてから t 秒後のＰの面積】

（ⅰ）点Ｃが線分ＥＦ上にあるとき
t のとりうる値の範囲は $0\leqq t\leqq\boxed{(1)}$ である。
線分ＡＣと線分ＤＥとの交点をＨとすると，
Ｐは直角二等辺三角形であり，
ＣＥ＝ＥＨ＝$\boxed{(2)}$ cmだから，
Ｐの面積は $\boxed{(3)}$ cm^2 と表される。



（ⅱ）２点Ｂ，Ｃが線分ＥＦ上にないとき
t のとりうる値の範囲は $\boxed{(1)}<t<8$ である。
線分ＡＣと線分ＧＦとの交点をＩとすると，
Ｐは台形であり，
ＥＨ＝$\boxed{(2)}$ cm，ＦＩ＝$\boxed{(4)}$ cm，
ＥＦ＝４cmだから，
Ｐの面積は $\boxed{(5)}$ cm^2 と表される。

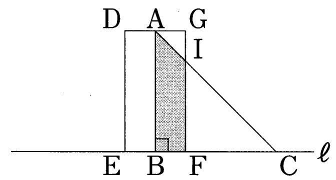


(あ)（ⅲ）点Ｂが線分ＥＦ上にあるとき

① $\boxed{(1)}$～$\boxed{(5)}$ に適当な数または t を使った式を書き入れなさい。

② 下線部(あ)について，真衣さんは次のように考えた。$\boxed{(6)}$ には t を使った式を書き入れなさい。また，$\boxed{(7)}$ には下線部(い)の考えに従ってＰの面積を求め，**＜真衣さんの考え＞**を完成させなさい。ただし，$\boxed{(7)}$ は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜真衣さんの考え＞
（ⅲ）点Ｂが線分ＥＦ上にあるとき
t のとりうる値の範囲は $8\leqq t\leqq 12$ である。
Ｐの面積は，(い)△ＡＢＣの面積から△ＩＦＣの面積をひいて求めることができる。
ＣＦ＝$\boxed{(6)}$ cmだから，Ｐの面積は，
$\boxed{(7)}$



③ Ｐの面積が14cm^2 となるとき，t の値をすべて求めなさい。

受検番号	(算用数字)	志願校	

解 答 用 紙

※

注意 1 答えに$\sqrt{\ }$が含まれるときは，$\sqrt{\ }$をつけたままで答えなさい。また，$\sqrt{\ }$の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。

2 円周率はπを用いなさい。

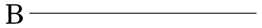
1

①	
②	
③	
④	
⑤	
⑥	$x =$
⑦	
⑧	(cm³)
⑨	
⑩	

2

①	(通り)
②(1)	
②(2)	
③(頂点)	
③(確率)	

3

①	B  C
②	
③	

4

①(1)	
①(2)	
②	
③	
④	

5

①(1)	
①(2)	(cm)
①(3)	(cm²)
①(4)	(cm)
①(5)	(cm²)
②(6)	(cm)
②(7)	
③	$t =$

数学　正答例

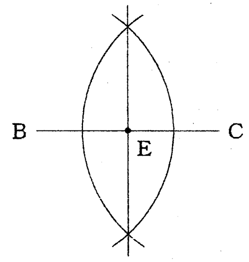
1

①	2
②	-12
③	$a-5b$
④	$3ab$
⑤	-1
⑥	$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$
⑦	$y=-2x+3$
⑧	36π　(cm^3)
⑨	ウ
⑩	イ

2

①	4　(通り)
②(1)	9
②(2)	$\dfrac{2}{9}$
③(頂点)	D
③(確率)	$\dfrac{5}{18}$

3

①	
②	∠IBC=∠DCB=90°，BC // IJ だから， BI ⊥ IJ，CD ⊥ IJ よって，∠AIF=∠DJF=90°　……（ i ） 点Fは線分 AD の中点だから， AF=DF　……（ ii ） 対頂角は等しいから， ∠AFI=∠DFJ　……（iii） （ i ），（ ii ），（iii）から，直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので，
③	ウ

4

①(1)	$n+2$
①(2)	$n+1$
②	ウ　エ
③	$n(n+2)+1=n^2+2n+1$ $=(n+1)^2$
④	17, 18, 19

5

①(1)	4
①(2)	t　(cm)
①(3)	$\dfrac{1}{2}t^2$　(cm^2)
①(4)	$t-4$　(cm)
①(5)	$4t-8$　(cm^2)
②(6)	$t-4$　(cm)
②(7)	$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CB}\times\mathrm{BA}-\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CF}\times\mathrm{FI}$ $=\dfrac{1}{2}\times8^2-\dfrac{1}{2}\times(t-4)^2$ $=\dfrac{1}{2}\times64-\dfrac{1}{2}\times(t^2-8t+16)$ $=32-\dfrac{1}{2}t^2+4t-8$ $=-\dfrac{1}{2}t^2+4t+24$ したがって，Pの面積は　$-\dfrac{1}{2}t^2+4t+24$　(cm^2) と表される。
③	$t=\dfrac{11}{2}, 10$