学習日：　　月　　日

2020年度　専修大学松戸中学【算数】大問７

Ｓ中学校のＴ先生とＭさんが「11の倍数の見分け方」について会話しています。
あとの各問いに答えなさい。

Ｔ先生　Ｍさん、11の倍数の見分け方を知っていますか？
Ｍさん　３の倍数や４の倍数なら知っていますが、11の倍数は知りません。
Ｔ先生　それは、１けたおきに加えた和どうしの差を11で割るというものです。
たとえば、〔３８１７〕の場合、
１けたおきに加えた和➡３＋１＝４…(Ａ)、８＋７＝15…(Ｂ)
(Ａ)と(Ｂ)の差➡15－４＝11…(Ｃ)
(Ｃ)が11で割り切れるので、〔３８１７〕は11の倍数だとわかるのです。

もう一つ例をあげると、〔２５４８７〕の場合、
１けたおきに加えた和 ➡２＋４＋７＝13…(Ａ)、５＋８＝13…(Ｂ)
(Ａ)と(Ｂ)の差 ➡13－13＝０…(Ｃ)
この場合も(Ｃ)が11で割り切れるので、〔２５７８７〕は11の倍数だとわかります。
Ｍさん　へぇ～。びっくりしました。
Ｔ先生　それでは、さっそく問題です。
７けたの整数〔２Ｎ３０９５８〕が11の倍数になるとき、Ｎにあてはまる数は何ですか？
Ｍさん　はい。答えは〔　ア　〕です。
Ｔさん　正解です。よくできましたね。
Ｍさん　でも、Ｔ先生。どうしてそのようになるのですか？
Ｔ先生　それでは、99、9999、999999のように、９だけが偶数個並んだ数は
11の倍数になることを説明してみてください。
Ｍさん　はい。999999の場合で説明をすると、
999999＝990000＋9900＋99
＝11×90000＋11×900＋11×９
＝11×（90000＋900＋９）
＝11×〔　イ　〕
これでどうですか？

Ｔ先生　よくできました。

そうすると、９だけが偶数個並んだ数に 11 を加えた数も 11 になりますね。

ですから、

99＋11＝110、9999＋11＝10010、999999＋11＝1000010、…

も 11 の倍数です。ところで、これらの数の一の位の数字はすべて 0 ですから、

これらの数を 10 で割った数も 11 の倍数になりますね。

Ｍさん　つまり、11、1001、100001…のように、２個の１の間に偶数個の０が並ぶような数は 11 の倍数だということですね。

Ｔ先生　その通り。これらの性質を使うことで、11 の倍数の見分け方がわかるのです。

たとえば、〔３８１７〕の場合で説明しましょう。

3817＝3000＋800＋10＋７

＝1000×３＋100×８＋10×１＋７

＝（1001－１）×３＋（99＋１）×８＋（11－１）×１＋７

＝1001×３－３＋99×８＋８＋11×１－１＋７

＝11×91×３－３＋11×９×８＋８＋11×１－１＋７

＝11×（91×３＋９×８＋１）－３＋８－１＋７

＝11×<u>（91×３＋９×８＋１）</u>＋<u>（８＋７）－（３＋１）…(＊)</u>

となります。____の部分は 11 の倍数ですから、.....の部分が 11 の倍数であれば、〔３８１７〕も 11 の倍数だとわかるのです。

Ｍさん　なるほど！よくわかりました。

（１）

次の①～④のうち、11 の倍数はどれですか。すべて選びなさい。

①773124　② 2701384　③ 9999999　④ 10000001

（２）

〔　ア　〕、〔　イ　〕にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

（３）

Ｍさんは家に帰ってから、Ｔ先生の説明にならって、〔２５４８７〕が 11 の倍数になる理由を考えました。下の式は、Ｔ先生が作った（＊）の式と同じ内容のものです。

〔　ウ　〕～〔　オ　〕にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

11×（〔　ウ　〕×２＋〔　エ　〕×５＋〔　オ　〕×４＋８）＋（２＋４＋７）－（５＋８）