

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $-6^2 + 4 \times 7$ を計算せよ。

〔問2〕 $9a + 5b - (8a - b)$ を計算せよ。

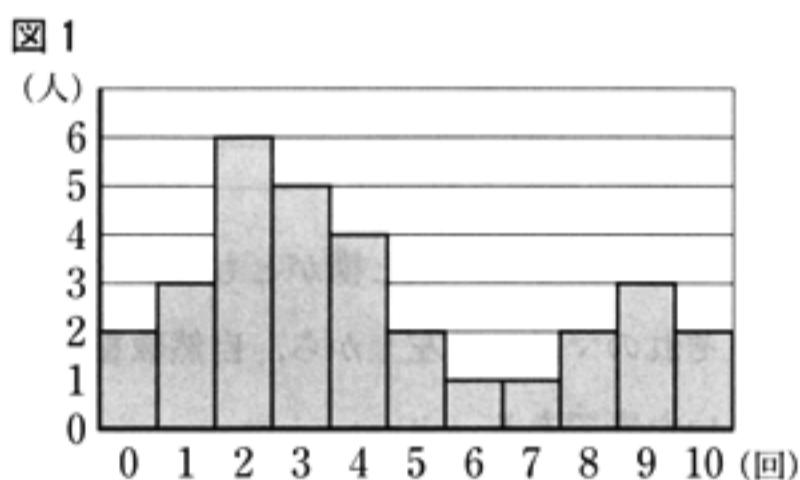
〔問3〕 $\sqrt{27} - 12 \div \sqrt{3}$ を計算せよ。

〔問4〕 一次方程式 $9x - 8 = 5(x + 4)$ を解け。

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ x = -4y + 7 \end{cases}$ を解け。

〔問6〕 二次方程式 $x^2 - 5x + 1 = 0$ を解け。

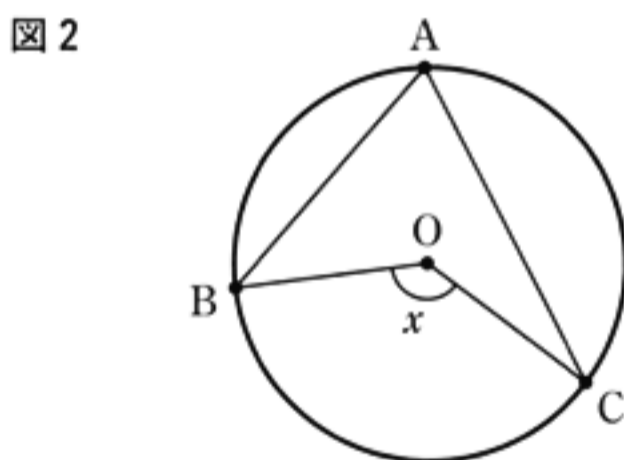
〔問7〕 右の図1は、ある中学校の生徒31人が、バスケットボールのフリースローを10回ずつ行ったとき、シュートが入った回数ごとの人数をグラフに表したものである。シュートが入った回数の中央値を求めよ。



〔問8〕 右の図2のように、円Oの周上に3点A, B, Cがある。

点Aと点B, 点Aと点C, 点Oと点B, 点Oと点Cをそれぞれ結ぶ。

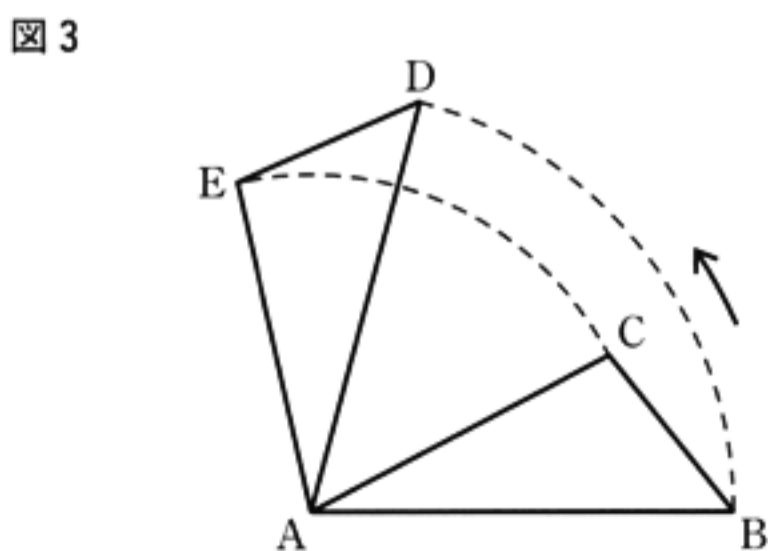
$\angle ABO = 42^\circ$, $\angle ACO = 26^\circ$ のとき, x で示した $\angle BOC$ の大きさは何度か。



〔問9〕 右の図3で、 $\triangle ADE$ は、 $\triangle ABC$ を頂点Aを中心として反時計回り（矢印の方向）に回転移動させたものである。

解答欄に示した図をもとにして、 $\triangle ABC$ を頂点Aを中心として反時計回りに 90° 回転移動させてできる $\triangle ADE$ を、定規とコンパスを用いて作図し、頂点D, 頂点Eの位置を示す文字D, Eも書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

[Sさんが作った問題]

右の図1は、縦と横がともに4マスである正方形のそれぞれのマスに、左上から、自然数を1から順に1つずつ書いた表である。

図1において、1, 5, 9のように、連続して縦に並んだ3つの数を選び、選んだ3つの数の和であるPを考える。

Pが4の倍数になる選び方は全部で何通りあるか考えてみよう。

図1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

[問1] [Sさんが作った問題]で、Pが4の倍数になる選び方は全部で何通りあるか。

先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

右の図2は、縦と横がともに5マスである正方形のそれぞれのマスに、左上から、自然数を1から順に1つずつ書いた表である。

図1, 図2において、連続して縦に並んだ3つの数を選び、中央の数の2乗から他の2つの数の積を引いたときの差であるQを考える。

図1において、選んだ3つの数が、

$$1, 5, 9 \text{ の場合, } Q = 5^2 - 1 \times 9 = 16 = 4^2 \text{ となり,}$$

$$6, 10, 14 \text{ の場合, } Q = 10^2 - 6 \times 14 = 16 = 4^2 \text{ となる。}$$

図2において、選んだ3つの数が、

$$3, 8, 13 \text{ の場合, } Q = 8^2 - 3 \times 13 = 25 = 5^2 \text{ となり,}$$

$$15, 20, 25 \text{ の場合, } Q = 20^2 - 15 \times 25 = 25 = 5^2 \text{ となる。}$$

n を3以上の整数として、縦と横がともに n マスである正方形のそれぞれのマスに、左上から、自然数を1から順に1つずつ書いた表において、連続して縦に並んだ3つの数を選び、中央の数の2乗から他の2つの数の積を引いたときの差であるQを考えるとき、 $Q = n^2$ となることを確かめなさい。

図2

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

[問2] [先生が作った問題]で、 $Q = n^2$ となることを証明せよ。

3 右の図1で、点Oは原点、点Aの座標は $(-6, 0)$ であり、曲線 ℓ は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

曲線 ℓ 上にある点をPとする。

次の各問に答えよ。

〔問1〕 点Pの x 座標を a 、 y 座標を b とする。
 a のとる値の範囲が $-6 \leq a \leq 5$ のとき、

b のとる値の範囲を不等号を使って、

$$\boxed{} \leq b \leq \boxed{}$$

で表せ。

〔問2〕 右の図2は、図1において、

点Pを通り y 軸に平行な直線 m を引き、直線 m 上にあり y 座標が点Pの y 座標より6大きい点をQとし、点Aと点Qを結んだ場合を表している。

次の①、②に答えよ。

① 点Pが y 軸上にあるとき、
 2点A、Qを通る直線の式を求めよ。

② 点Pの x 座標が正の数するとき、
 y 軸を対称の軸として点Aと線対称な点をBとし、点Aと点P、点Bと点Pをそれぞれ結んだ場合を考える。
 $\triangle ABP$ の面積と $\triangle APQ$ の面積が等しくなるとき、点Pの座標を求めよ。

図1

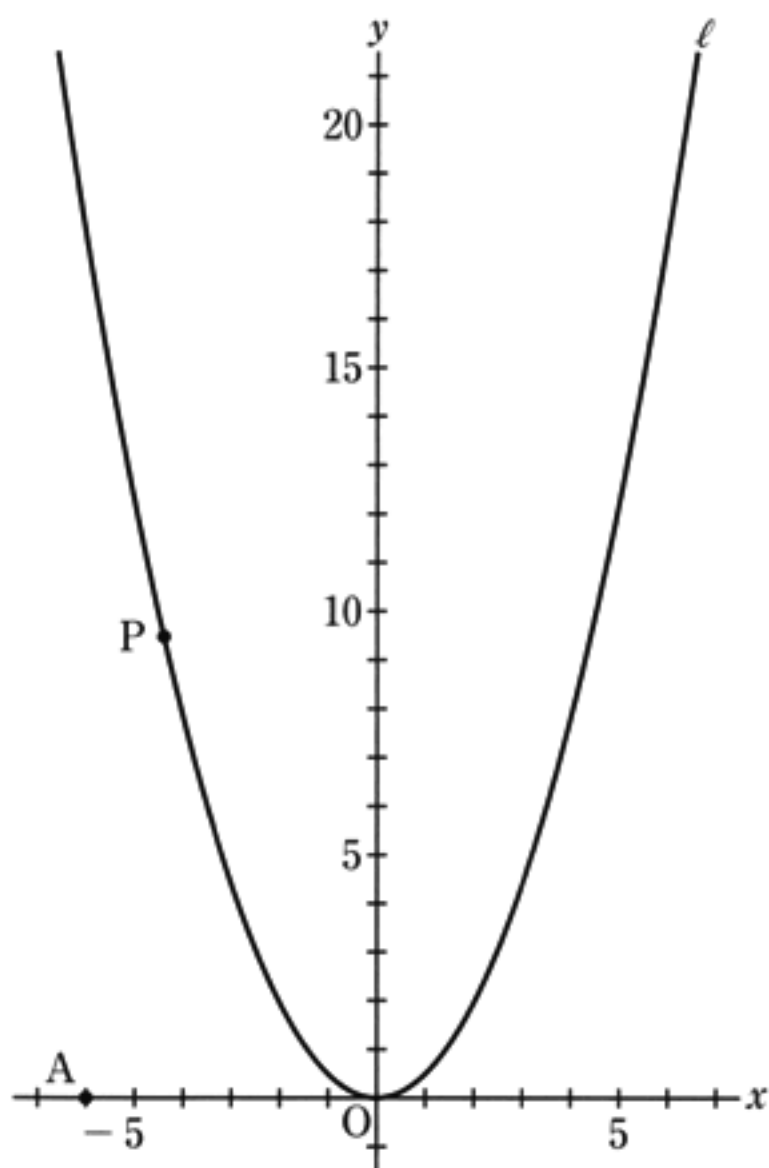
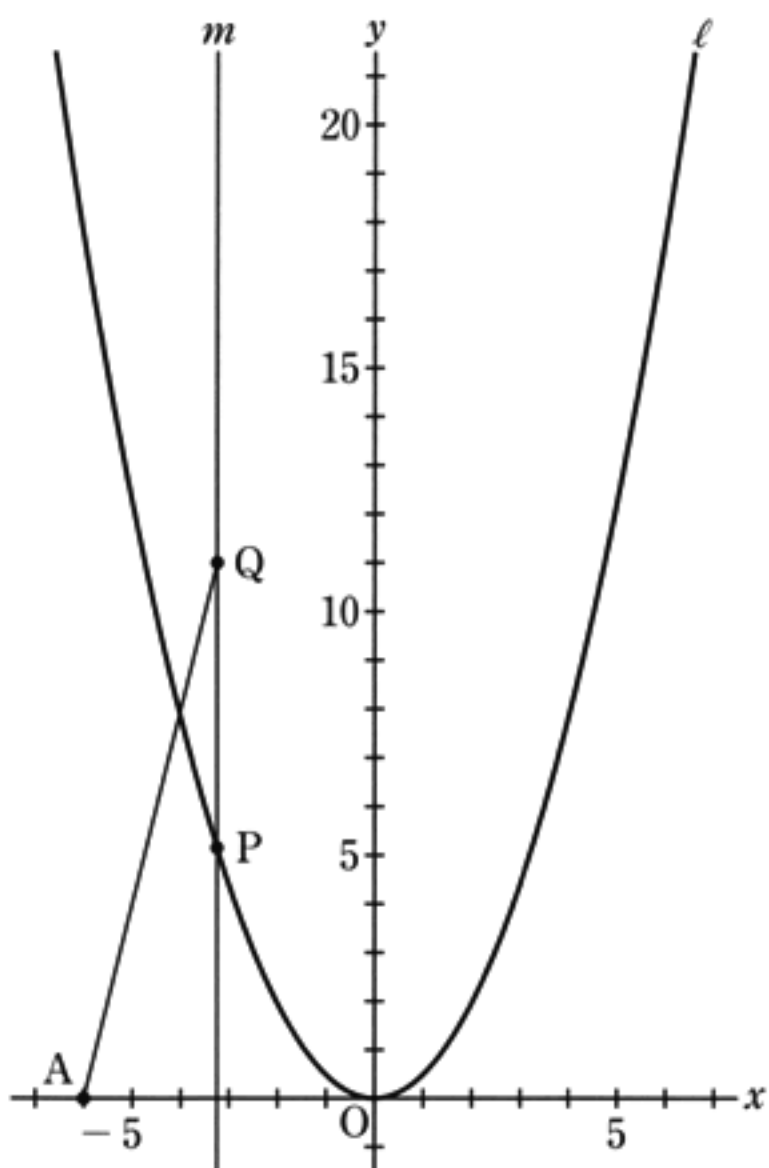


図2



4 右の図1で、 $\triangle ABC$ は正三角形である。

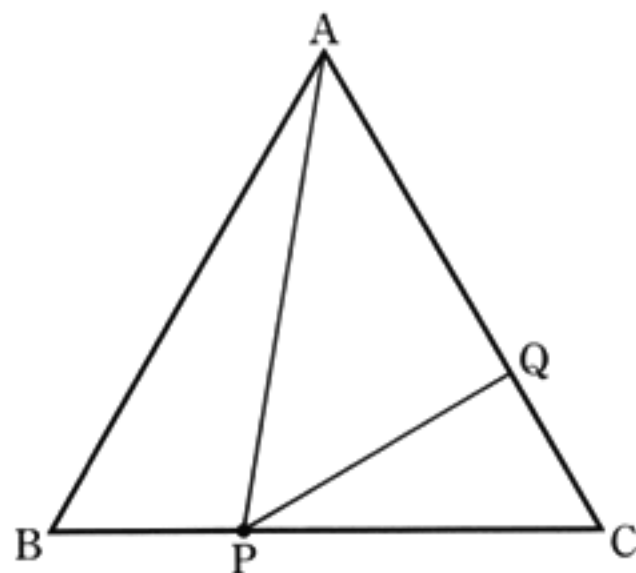
図1

点Pは、辺BC上にある点で、頂点B、頂点Cのいずれにも一致しない。

頂点Aと点Pを結ぶ。

点Pから辺ACに引いた垂線と、辺ACとの交点をQとする。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 図1において、 $\angle BAP$ の大きさを a° とするとき、 $\angle APQ$ の大きさを a を用いた式で表せ。

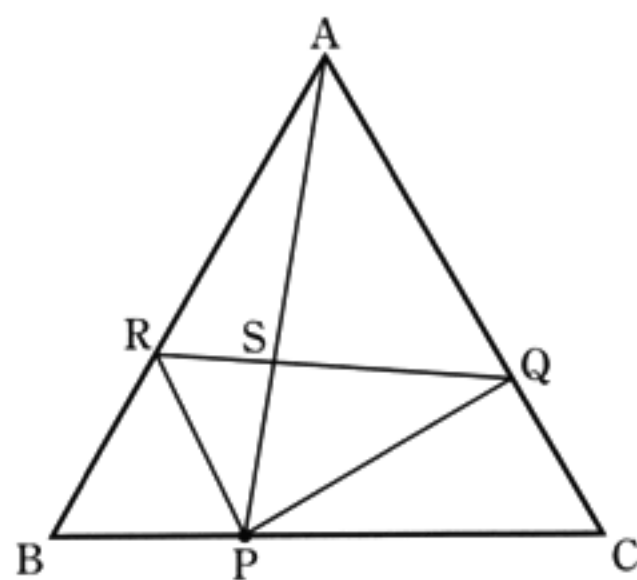
〔問2〕 右の図2は、図1において、点Pを通り

図2

辺ACに平行な直線を引き、辺ABとの交点をRとし、点Qと点Rを結び、線分APと線分QRとの交点をSとした場合を表している。

次の①、②に答えよ。

① $\triangle PSR \sim \triangle ASQ$ であることを証明せよ。



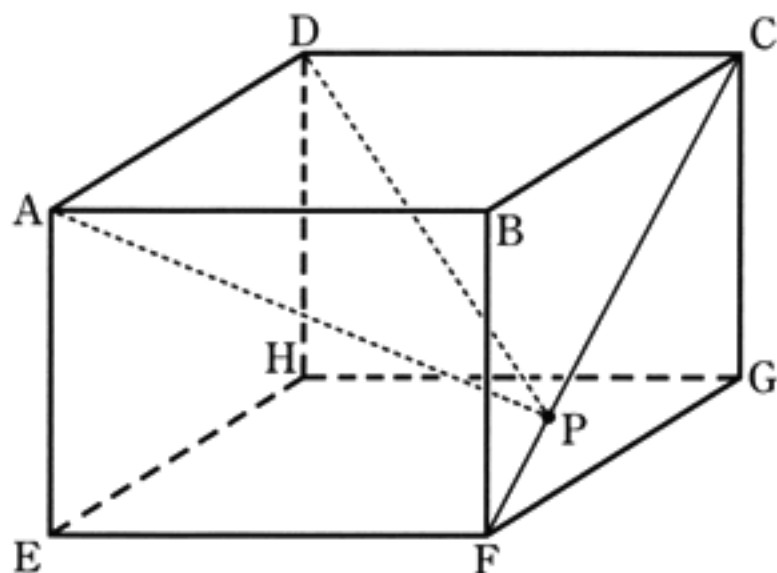
② 図2において、 $BP : PC = 1 : 2$ のとき、 $\triangle PQS$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の何分のいくつか。

5 右の図1に示した立体 $ABCD-EFGH$ は、 $AB=AD=8\text{ cm}$ 、 $AE=6\text{ cm}$ の直方体である。

頂点 C と頂点 F を結び、線分 CF 上にある点を P とする。

頂点 A と点 P 、頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

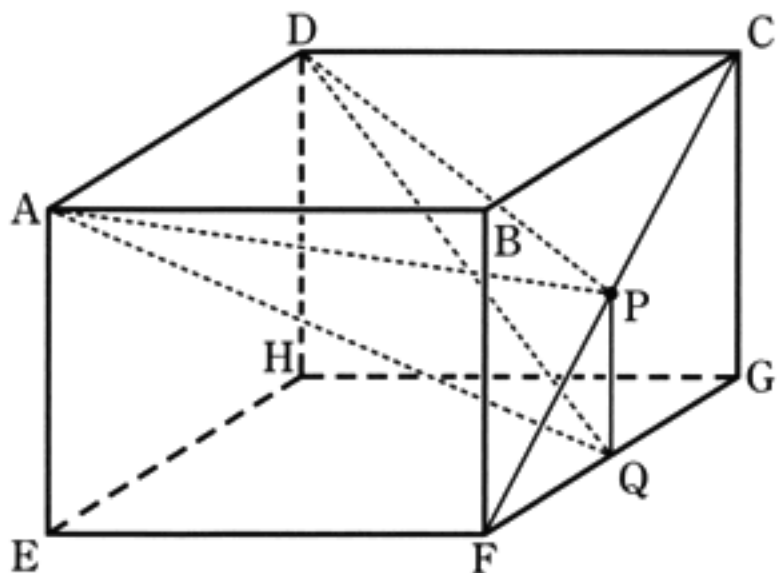
図1



〔問1〕 点 P が頂点 F に一致するとき、 $\triangle APD$ の内角である $\angle DAP$ の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、点 P が線分 CF の中点となるとき、点 P から辺 FG に引いた垂線と、辺 FG との交点を Q とし、頂点 A と点 Q 、頂点 D と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。
立体 $P-AQD$ の体積は何 cm^3 か。

図2



数 学

	問題番号	正 答	配点					
1	[問 1]	- 8	5					
	[問 2]	$a + 6b$	5					
	[問 3]	$-\sqrt{3}$	5					
	[問 4]	7	5					
	[問 5]	$x = -9, y = 4$	5					
	[問 6]	$\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$	5					
	[問 7]	3 回	5					
	[問 8]	136 度	5					
	[問 9]		6					
2	[問 1]	2 通り	5					
	[問 2]	<p>[証 明] 連続して縦に並んだ 3 つの数のうち最も小さい数を a として 他の 2 つの数をそれぞれ a, n を用いて表すと, $a + n, a + 2n$ となる。 $Q = (a + n)^2 - a \times (a + 2n)$ $= a^2 + 2an + n^2 - a^2 - 2an$ $= n^2$ よって, $Q = n^2$</p>	7					
3	[問 1]	$0 \leq b \leq 18$	5					
	[問 2]	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%; text-align: center;">①</td> <td style="text-align: center;">$y = x + 6$</td> <td style="width: 5%;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">②</td> <td style="text-align: center;">$(3, \frac{9}{2})$</td> <td></td> </tr> </table>	①	$y = x + 6$		②	$(3, \frac{9}{2})$	
①	$y = x + 6$							
②	$(3, \frac{9}{2})$							
4	[問 1]	$(a + 30)$ 度	5					
	[問 2]	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%; text-align: center;">①</td> <td> <p>[証 明] $\triangle PSR$ と $\triangle ASQ$ において, 対頂角は等しいから, $\angle PSR = \angle ASQ$ ----- (1) $RP \parallel AQ$ より, 平行線の錯角は等しいから, $\angle RPS = \angle QAS$ ----- (2) (1), (2) より, 2 組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle PSR \sim \triangle ASQ$</p> </td> <td style="width: 5%; text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">②</td> <td style="text-align: center;">$\frac{4}{27}$</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> </table>	①	<p>[証 明] $\triangle PSR$ と $\triangle ASQ$ において, 対頂角は等しいから, $\angle PSR = \angle ASQ$ ----- (1) $RP \parallel AQ$ より, 平行線の錯角は等しいから, $\angle RPS = \angle QAS$ ----- (2) (1), (2) より, 2 組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle PSR \sim \triangle ASQ$</p>	7	②	$\frac{4}{27}$	5
①	<p>[証 明] $\triangle PSR$ と $\triangle ASQ$ において, 対頂角は等しいから, $\angle PSR = \angle ASQ$ ----- (1) $RP \parallel AQ$ より, 平行線の錯角は等しいから, $\angle RPS = \angle QAS$ ----- (2) (1), (2) より, 2 組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle PSR \sim \triangle ASQ$</p>	7						
②	$\frac{4}{27}$	5						
5	[問 1]	90 度	5					
	[問 2]	32 cm^3	5					