

1 次の(1)~(6)の問いに答えなさい。

(1) $(-7) - (-4)$ を計算しなさい。

(2) $(-4)^2 + 8 \div (-2)$ を計算しなさい。

(3) $\frac{1}{2}(3a - 2b) - (2a - b)$ を計算しなさい。

(4) 等式 $2a - 3b = 1$ を b について解きなさい。

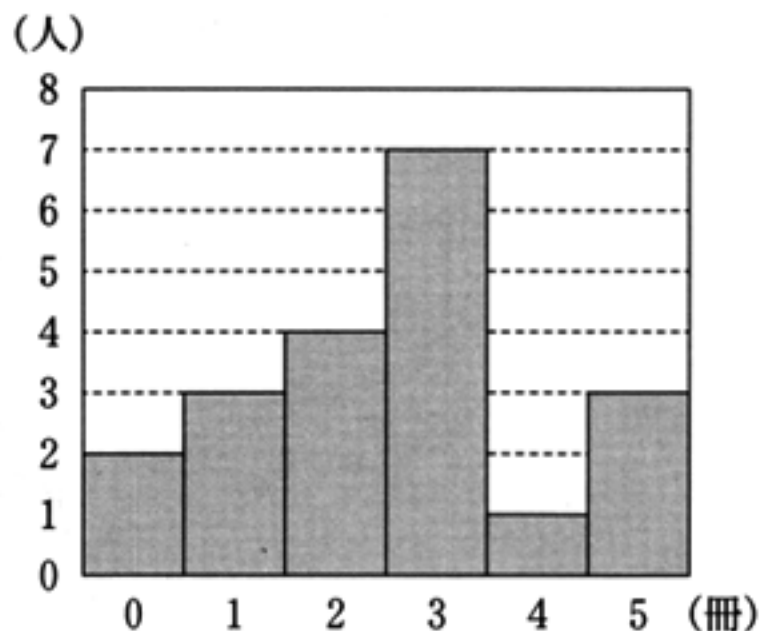
(5) $\sqrt{32} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{2}$ を計算しなさい。

(6) 二次方程式 $x^2 - 2x = 3(x - 1)$ を解きなさい。

2 次の(1)~(5)の問いに答えなさい。

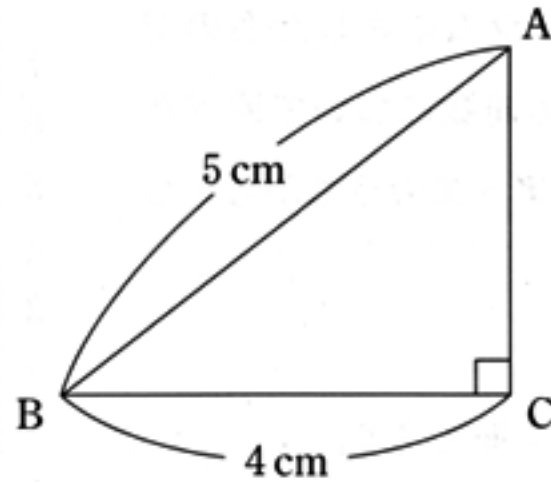
- (1) 右の図は、あるクラスの生徒 20 人が冬休み中に読んだ本の冊数を、ヒストグラムに表したものである。この 20 人が読んだ本の冊数について述べた文として適切なものを、次のア~エのうちから 1 つ選び、符号で答えなさい。

- ア 分布の範囲(レンジ)は、4 冊である。
イ 最頻値(モード)は、5 冊である。
ウ 中央値(メジアン)は、3 冊である。
エ 平均値は、2.3 冊である。



- (2) n を 50 以下の正の整数とする。 $\sqrt{3n}$ が整数となるような n の個数を求めなさい。

- (3) 下の図の $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として1回転してできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π を用いることとする。

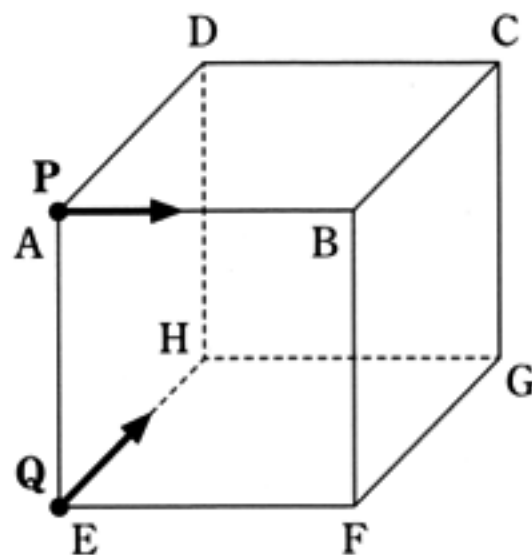


- (4) 下の図のように、点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする立方体があり、この頂点上を移動する2点 P, Q がある。

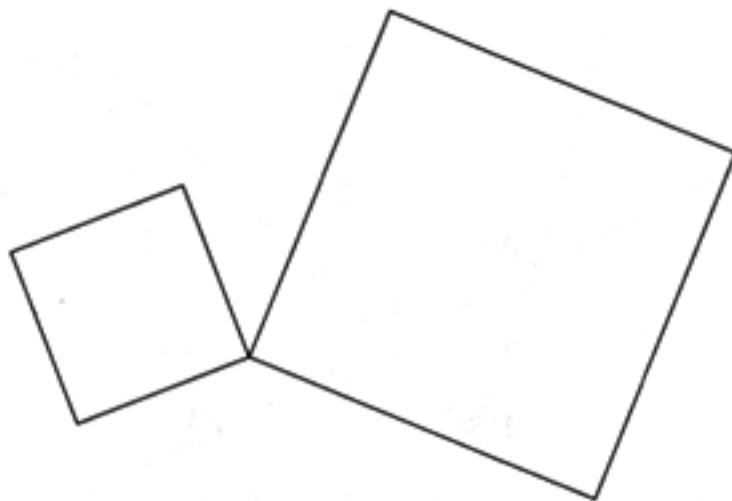
大小2つのさいころを同時に1回投げる。点 P は、点 A を出発点として、大きいさいころの出た目の数だけ、 $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に移動し、点 Q は、点 E を出発点として、小さいさいころの出た目の数だけ、 $\rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow G$ の順に移動する。

このとき、直線 PQ と直線 CG が、ねじれの位置にある確率を求めなさい。

ただし、さいころを投げるとき、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



- (5) 下の図のように、一辺の長さが異なる2つの正方形があり、1つの頂点が重なっている。
このとき、面積が、2つの正方形の面積の差に等しい正方形を作図しなさい。
ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとする。
また、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



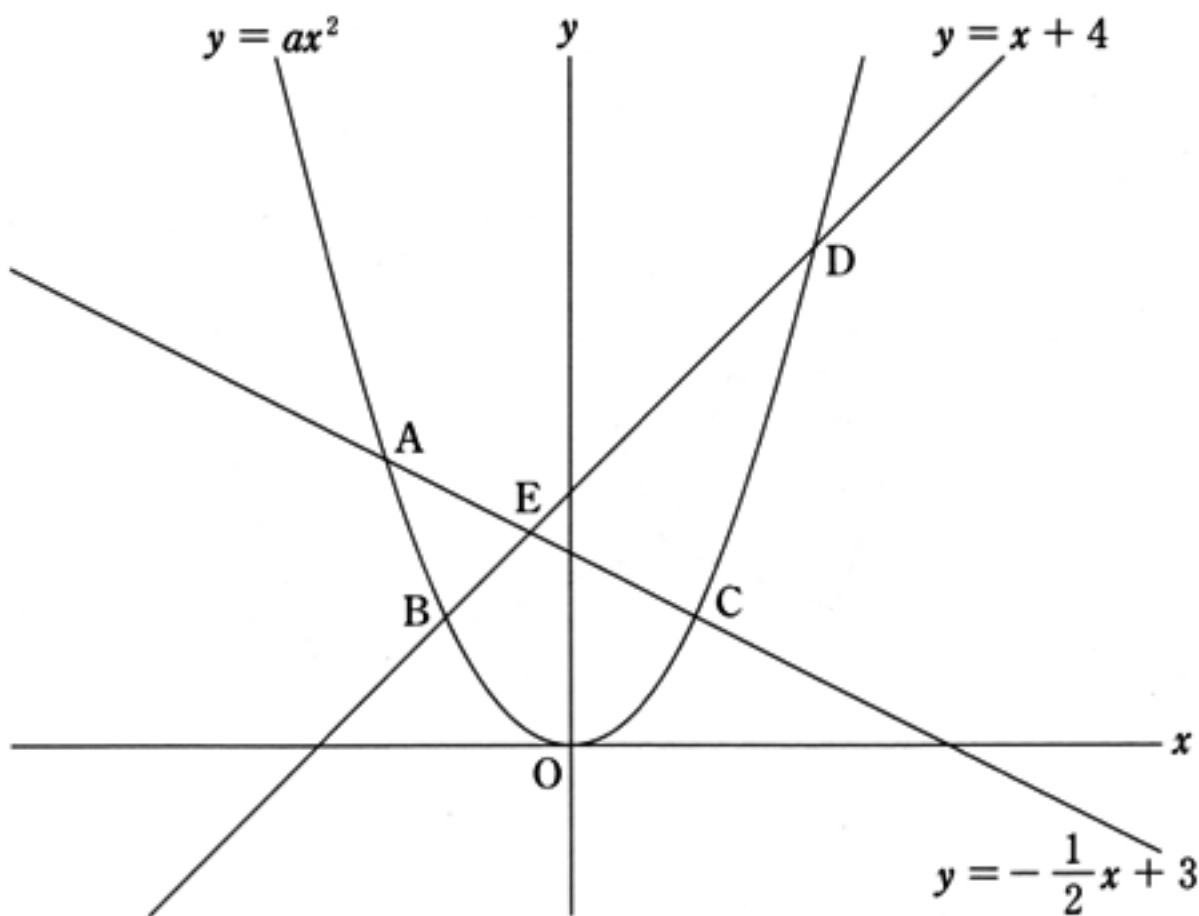
3 下の図1のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと直線 $y = x + 4$ の交点を B, D, 関数 $y = ax^2$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ の交点を A, C, 直線 $y = x + 4$ と直線 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ の交点を E とする。

4点 A, B, C, D の x 座標が、それぞれ -3 , -2 , 2 , 4 であるとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

ただし、 $a > 0$ とする。

また、原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離及び原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

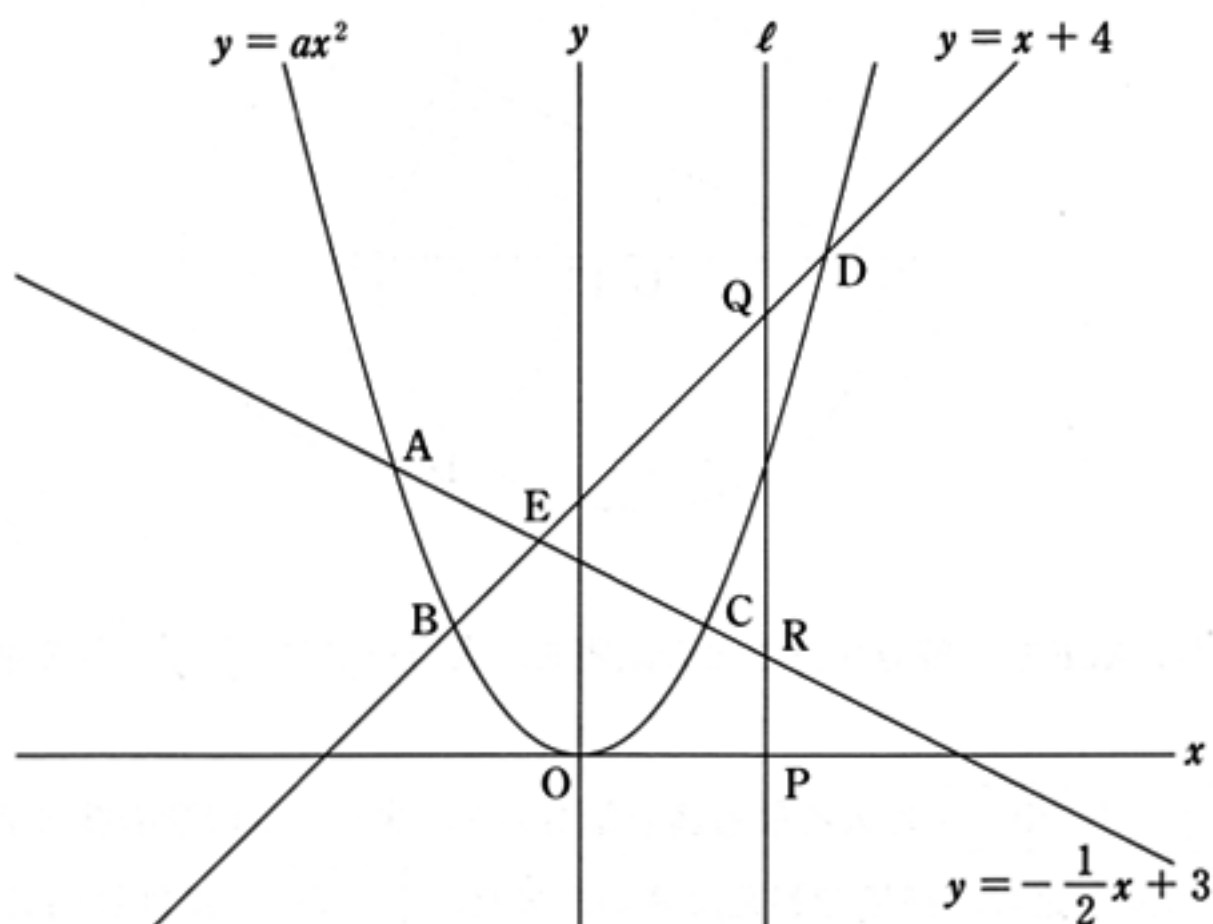
図1



(1) a の値を求めなさい。

- (2) 下の図2は、図1において、 x 軸上に点Pをとり、点Pを通る y 軸に平行な直線 l をひいたものである。この直線 l が、関数 $y = ax^2$ のグラフ、直線 $y = x + 4$ 、直線 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ と交わる点のうち、 y 座標が最も大きい点をQ、最も小さい点をRとするとき、次の①、②の問いに答えなさい。

図2

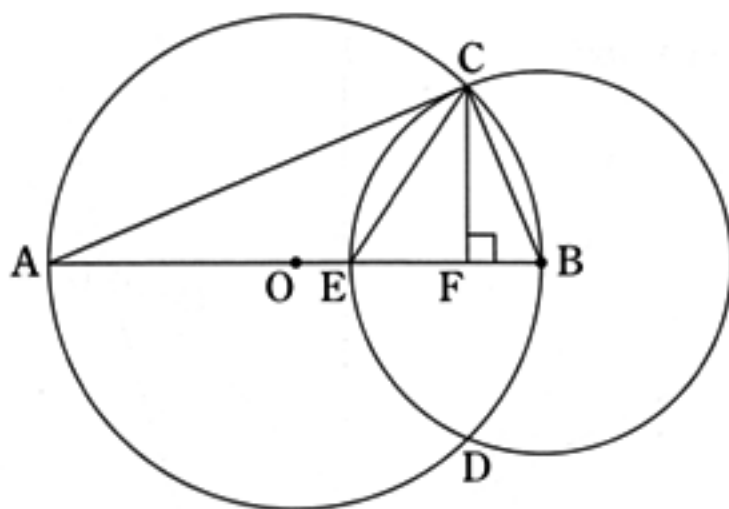


- ① 直線 l が点Eを通るとき、線分QRの長さを求めなさい。
- ② $-3 \leq x \leq 4$ のとき、線分QRの長さが3 cmとなる点Pの x 座標をすべて求めなさい。

4 下の図のように、点Oを中心とし、線分ABを直径とする円Oがある。線分OB上に、2点E、Bと異なる点Eをとり、点Bを中心とし、線分BEを半径とする円Bをかく。

2つの円の交点をC、Dとし、点Cから線分ABに垂線CFをひく。また、点Cと、点A、点B、点Eをそれぞれ結ぶ。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。



(1) 線分CEが $\angle ACF$ を二等分することの証明を、次ページの の中に途中まで示してある。

(a) , (b) に入る最も適当なものを、次ページの選択肢のア～カのうちから、それぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。また、 (c) には証明の続きを書き、証明を完成させなさい。

ただし、 の中の①～③に示されている関係を使う場合、番号の①～③を用いてもかまわないものとする。

証明

$\triangle CFB$ と $\triangle ACB$ において、

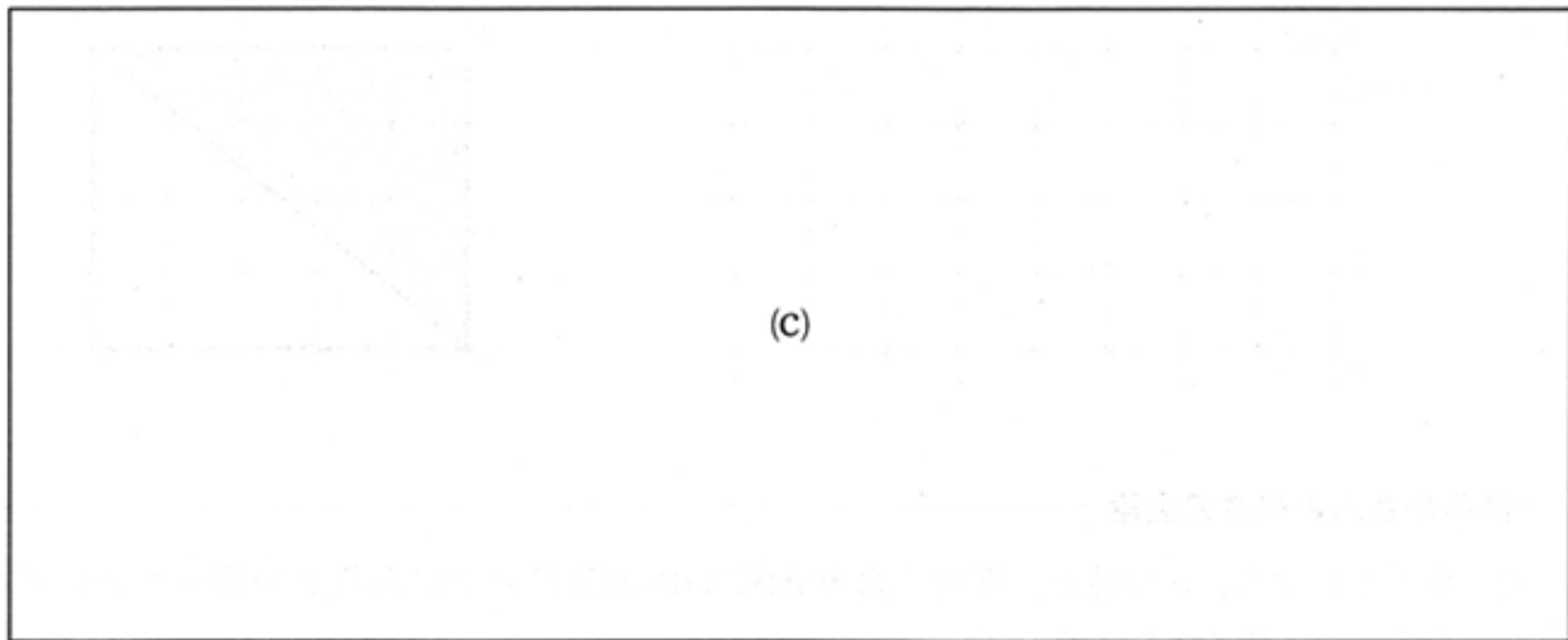
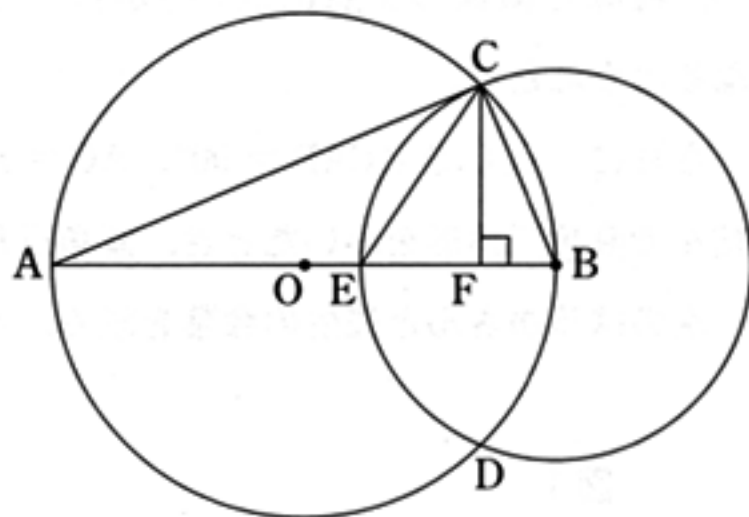
共通な角だから、 $\angle CBF = \boxed{\text{(a)}}$ ……①

仮定と、線分 AB は円 O の直径であることから、

$\angle CFB = \boxed{\text{(b)}} = 90^\circ$ ……②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle CFB \sim \triangle ACB$ ……③



したがって、線分 CE は $\angle ACF$ を二等分する。

選択肢

ア $\angle AEC$

イ $\angle ACB$

ウ $\angle BAC$

エ $\angle ABC$

オ $\angle BCF$

カ $\angle BCE$

(2) 円 B の半径が 1 cm で、 $\triangle CFB$ と $\triangle ACB$ の面積比が $1 : 16$ のとき、線分 CE の長さを求めなさい。

5 下の図1のように、1目もりが、縦、横ともに1 cm の等しい間隔で線がひかれている方眼紙の、縦線と横線の交点に点(・)が打ってある。この点のうちから、2点A, Bを $AB = 4$ cm となるようにとる。

さらに、点Cを $\angle CAB = 90^\circ$, $AC = n$ cm (n は正の整数)となるようにとり、3点A, B, Cを結んで直角三角形をかいたとき、直角三角形ABCの内部及び周上にある点の個数を N とする。

次のはるかさんと先生の会話を読み、次ページの(1)~(3)の問いに答えなさい。

図1

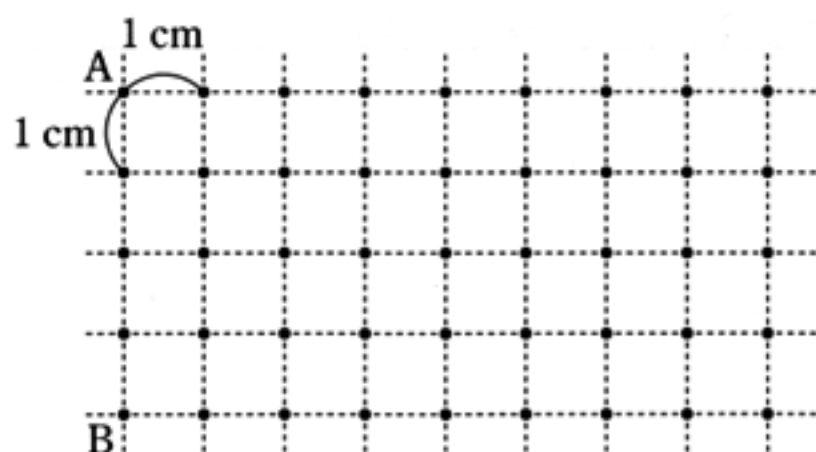
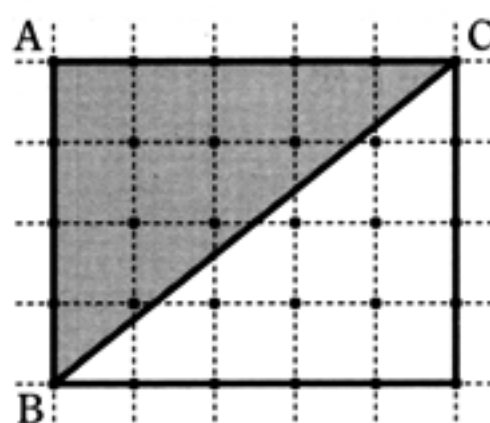


図2



はるかさんと先生の会話

先生：これから、 n の値と、直角三角形ABCの内部及び周上にある点の個数 N の関係について考えましょう。

はるか：直角三角形の面積は長方形の半分だから、点の個数も長方形の半分じゃないですか。

先生：では、 $n = 5$ のときで確かめてみましょう。

はるか：図2から、 $n = 5$ のときの直角三角形ABCは、縦が4 cm、横が5 cmの長方形を半分にしたものです。この長方形の内部及び周上にある点の個数は、 5×6 で30個ですが、 N を数えたところ16個で、半分ではありませんでした。どうしてですか。

先生：長方形の点の個数を半分に分けるということは、辺BC上にある点の個数も半分に分けることになります。でも、この場合、辺BC上にある点は、点B、点Cの2個だけですが、この2個とも N に含まれますね。

はるか：なるほど、辺BC上にある点の個数が N を求める鍵なんですね。

先生：では、 $n = 6$ のとき、辺BC上にある点の個数は何個ですか。

はるか： 個です。

先生：それでは、 n が他の値の場合についても調べてみましょう。

はるか： n が8までの場合について、辺BC上にある点の個数を書き出したところ、 通りしか出てきませんでした。

先生： n が8より大きい場合を書き出しても、8までと同じ規則性で並ぶので、辺BC上にある点の個数は、全部で 通りでいいんですよ。

はるか：そうすると、 n がどんな値の場合でも、辺BC上にある点の個数がいくつになるかわかりますね。

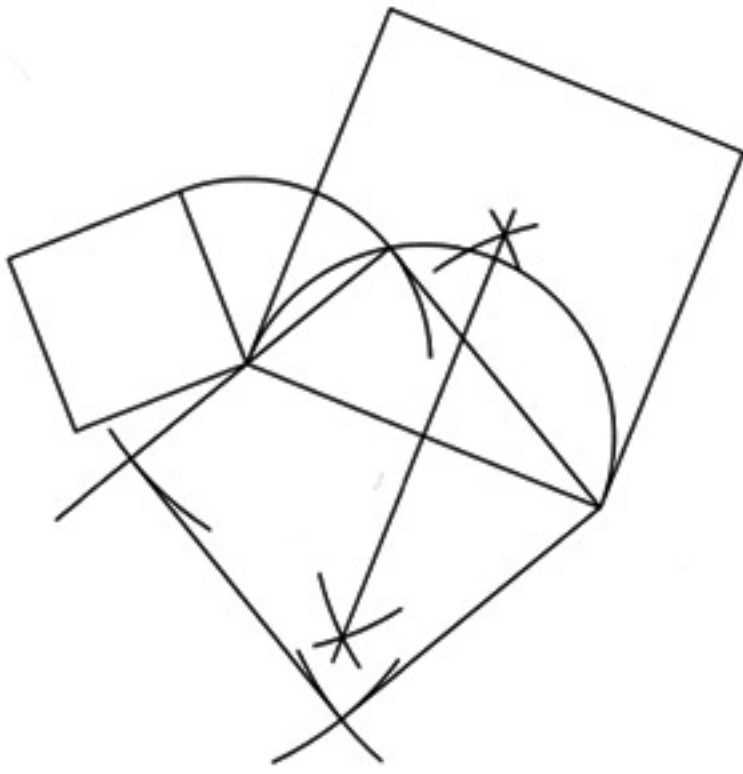
先生：その通りです。辺BC上にある点の個数がわかれば、 N を求めることができます。

$n = 8$ のときは、辺BC上にある点は 個で、 N は 個になります。

(1) 会話中の ~ に入る数をそれぞれ書きなさい。

(2) 辺 BC 上にある点の個数が最も多くなる場合の n と N の関係について考える。このとき、 N を、 n を使った式で表しなさい。

(3) 辺 BC 上にある点の個数が最も少なくなる場合の n と N の関係について考える。このとき、 $N = 186$ であるような n の値を求めなさい。

問題番号	正解				配点及び注意	計	
1	(1)	-3	(2)	12	各5	(4) $b = \frac{2a-1}{3}$ でもよい。	30
	(3)	$-\frac{1}{2}a$	(4)	$b = \frac{2}{3}a - \frac{1}{3}$			
	(5)	$3\sqrt{2}$	(6)	$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$			
2	(1)	ウ	(2)	4 (個)	各5	(5) 異なる作図の方法でも、正しければ、5点を与える。	25
	(3)	$16\pi(\text{cm}^3)$	(4)	$\frac{11}{36}$			
	(5)						
3	(1)	$a = \frac{1}{2}$			5	② 完答で得点を与える。	15
	(2)	①	$\frac{28}{9}(\text{cm})$	②	$-\frac{8}{3}, -1$		

問題 番号	正 解		配 点 及 び 注 意	計
4	(a) 工	(b) イ	各 2	15
	(c) ③より, $\angle BCF = \angle BAC$④ 円の半径から, $BC = BE$⑤ ⑤より, $\triangle BCE$ は, $BC = BE$ の二等辺三角形 なので, $\angle BCE = \angle BEC$⑥ $\triangle CAE$ において, 1つの外角は, これとと なり合わない2つの内角の和に等しいので, $\angle BEC = \angle CAE + \angle ACE$ よって, $\angle ACE = \angle BEC - \angle CAE$ $= \angle BEC - \angle BAC$⑦ また, $\angle ECF = \angle BCE - \angle BCF$⑧ ④, ⑥, ⑦, ⑧より, $\angle ACE = \angle ECF$		6	
	(2)	$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)		
5	(1) (ア) 3	(イ) 3	各 2	15
	(ウ) 5	(エ) 25		
	(2)	$N = \frac{5n + 10}{2}$		
(3)	$n = 73$		3	
合 計				100

(c) 異なる証明の方法でも, 正しければ, 6点を与える。また, 部分点を与えるときは, 3点とする。

(2) 式が異なっているも, 正しければ, 4点を与える。