# 数　　　学

## 注　　意

1　監督者の「始め」の合図があるまで開いてはいけません。

2　問題用紙は表紙を入れて８ページあり，これとは別に解答用紙が１枚あります。

3　受検番号は，解答用紙及び問題用紙の決められた欄に記入しなさい。

4　答えは，問題の指示に従って，**すべて解答用紙に記入しなさい**。計算などは，問題用紙の余白を利用しなさい。

5　監督者の「やめ」の合図ですぐにやめなさい。

| 受検番号 | |
|---|---|

1 次の１～５の問いに答えなさい。

1 次の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1) $8 \div 4 + 6$ を計算せよ。

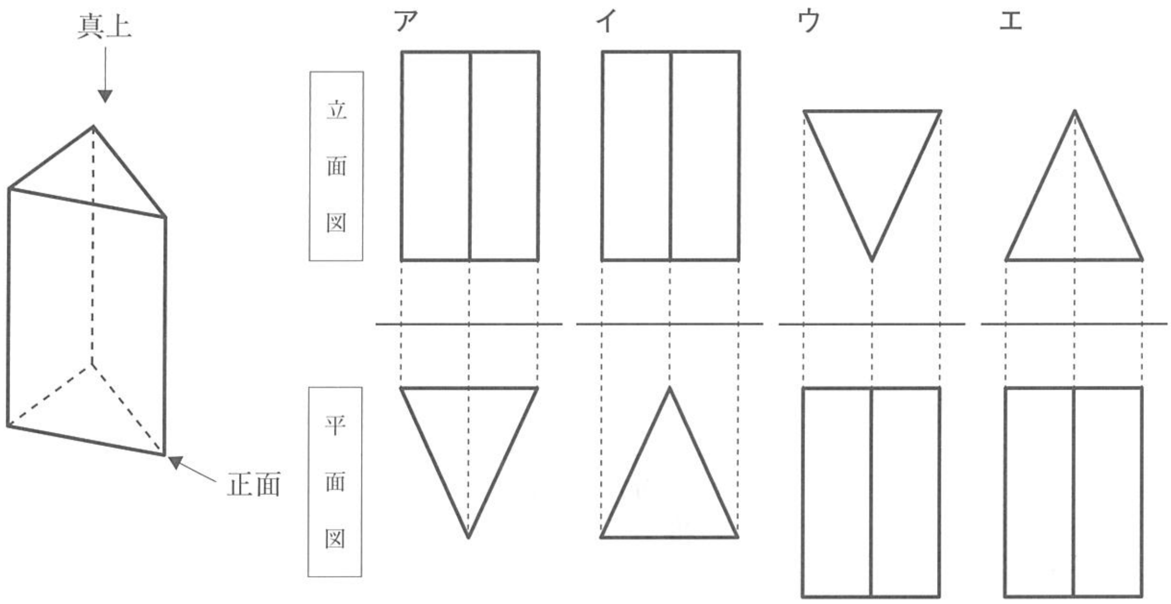
(2) $\frac{1}{2} + \frac{9}{10} \times \frac{5}{3}$ を計算せよ。

(3) $2\sqrt{3} + \sqrt{27} - \frac{3}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

(4) 3つの数 $a$，$b$，$c$ について，$ab < 0$，$abc > 0$ のとき，$a$，$b$，$c$ の符号の組み合わせとして，最も適当なものを下のア～エの中から1つ選び，記号で答えよ。

| | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| ア | $+$ | $+$ | $-$ |
| イ | $+$ | $-$ | $+$ |
| ウ | $-$ | $-$ | $+$ |
| エ | $-$ | $+$ | $-$ |

(5) 下の図のような三角柱がある。この三角柱の投影図として，最も適当なものを下のア～エの中から1つ選び，記号で答えよ。



2　$y$ は $x$ に反比例し，$x=2$ のとき $y=-3$ である。このとき，$y$ を $x$ の式で表せ。

3　$\sqrt{7}$ より大きく，$\sqrt{31}$ より小さい整数をすべて書け。

4　次のように，1 から 6 までの数字がくり返し並んでいる。左から 100 番目の数字は何か。

1，2，3，4，5，6，1，2，3，4，5，6，1，2，3，4，5，6，…

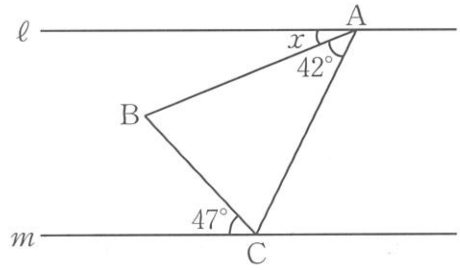
5　国土地理院のまとめた「日本の山岳標高一覧（1003 山）」に掲載されている鹿児島県の標高 1000 m 以上の山〈山頂〉は 8 つある。8 つの中で最も高いものは屋久島にある宮之浦岳であり，その標高は 1936 m である。下の表は，残り 7 つの山〈山頂〉の標高を示したものである。標高を 1.5 倍したときに，宮之浦岳の標高を上回るものはどれか，下の**ア**～**キ**の中からあてはまるものをすべて選び，記号で答えよ。

| | 山名〈山頂名〉 | 標高(m) |
|---|---|---|
| **ア** | 紫尾山 | 1067 |
| **イ** | 霧島山〈韓国岳〉 | 1700 |
| **ウ** | 霧島山〈新燃岳〉 | 1421 |
| **エ** | 御岳 | 1117 |
| **オ** | 高隈山〈大篦柄岳（おおのがらだけ）〉 | 1236 |
| **カ** | 高隈山〈御岳〉 | 1182 |
| **キ** | 永田岳 | 1886 |

（国土地理院「日本の山岳標高一覧（1003 山）」から作成）

**2** 次の１～５の問いに答えなさい。

１　右の図のように，AB = AC である二等辺三角形ABCと，頂点 A，C をそれぞれ通る２本の平行な直線 $\ell$，$m$ がある。このとき，$\angle x$ の大きさは何度か。




２　硬貨とくじを用いて，次のルールでポイントがもらえるゲームを行う。

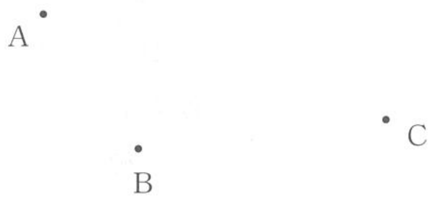
> ①　硬貨を２枚投げて，表が出た枚数を数える。
> ②　当たりが１本，はずれが１本入っているくじがあり，その中から１本ひく。
> ③　②で当たりをひいた場合は，(①の表が出た枚数)×200 ポイント，はずれをひいた場合は，(①の表が出た枚数)×100 ポイントがもらえる。

たとえば，硬貨は表が２枚出て，くじは当たりをひいた場合は 400 ポイントもらえる。
このゲームを１回行うとき，ちょうど 200 ポイントもらえる確率を求めよ。

３　次の比例式で，$x$ の値を求めよ。

$$x : (4x - 1) = 1 : x$$

４　右の図のように，３点 A，B，C がある。この３点 A，B，C を通る円周上において，点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ 上に $\angle ABD = \angle CBD$ となる点 D を，定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，点 D の位置を示す文字 D を書き入れ，作図に用いた線も残しておくこと。




５　A さんと B さんの持っている鉛筆の本数を合わせると 50 本である。A さんの持っている鉛筆の本数の半分と，B さんの持っている鉛筆の本数の $\frac{1}{3}$ を合わせると 23 本になった。A さんと B さんが最初に持っていた鉛筆はそれぞれ何本か。ただし，A さんと B さんが最初に持っていた鉛筆の本数をそれぞれ $x$ 本，$y$ 本として，その方程式と計算過程も書くこと。

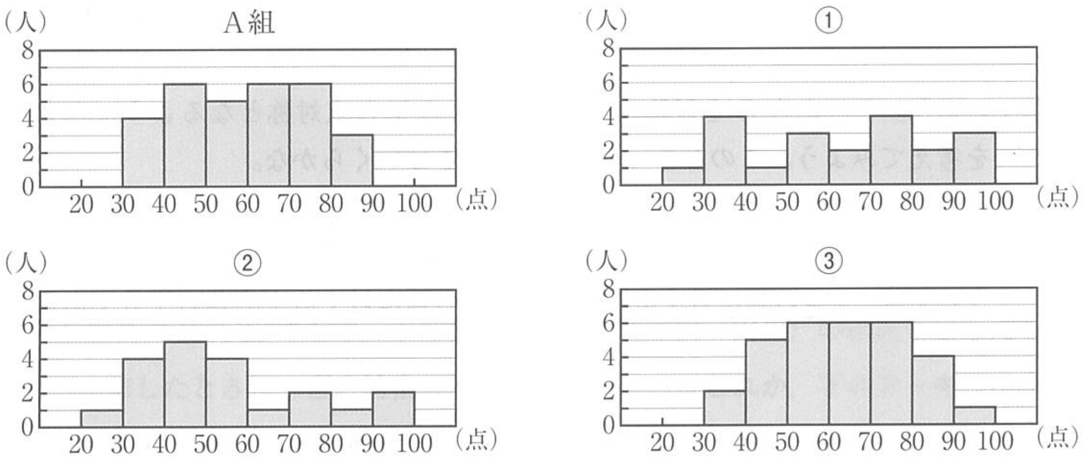
**3** A～Dの各組で同じ100点満点のテストを行ったところ，各組の成績は右の**表**のような結果となった。ただし，A組の点数の平均値は汚れて読み取れなくなっている。また，このテストでは満点の生徒はいなかった。なお，**表**の数値はすべて正確な値であり，四捨五入などはされていない。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

**表**

| 組 | 人数 | 平均値 | 中央値 |
|---|---|---|---|
| A | 30 | | 59.0 |
| B | 20 | 54.0 | 49.0 |
| C | 30 | 65.0 | 62.5 |
| D | 20 | 60.0 | 61.5 |

**1** B組とC組を合わせた50人の点数の平均値を求めよ。

**2** 下の図は，各組の点数について階級の幅を10点にしてヒストグラムに表したものである。たとえば，A組のヒストグラムでは50点以上60点未満の生徒は5人いたことを表している。B～Dの各組のヒストグラムは，それぞれ①～③の中のどれか1つとなった。次の(1)，(2)の問いに答えよ。



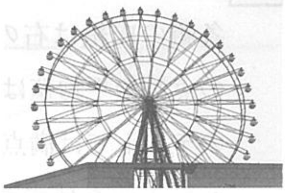

(1) C組のヒストグラムは $\boxed{\text{ア}}$ ，D組のヒストグラムは $\boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまるものを，①～③の中から1つずつ選べ。

(2) A組のヒストグラムから，A組の点数の平均値を求めよ。ただし，小数第2位を四捨五入して答えること。

**3** B組の生徒のテストの点数を高い方から並べると，10番目と11番目の点数の差は4点であった。B組には欠席していた生徒が1人いたので，この生徒に後日同じテストを行ったところ，テストの点数は76点であった。この生徒を含めたB組の21人のテストの点数の中央値を求めよ。

**4** 次の会話文は「課題学習」におけるグループ活動の一場面である。ひろしさんとよしこさんのグループは，**写真**の観覧車を題材に数学の問題をつくろうと考えた。以下の会話文を読んで，次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

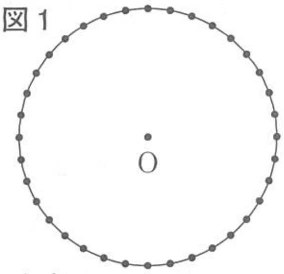
**写真**



ひろし：この観覧車は直径 60 m，ゴンドラの数は 36 台で，1 周するのにちょうど 15 分かかるんだって。この観覧車を題材に，円に関する問題がつくれそうな気がするけど。

よしこ：まず，観覧車を円と考え，ゴンドラを円周上の点としてみよう。また，観覧車の軸を中心 O とすると，36 個の点が円周上に等間隔に配置されている**図 1** のように表されるね。ここで隣り合う 2 つのゴンドラを，2 点 X，Y とすると…。

**図 1**




ひろし：まず，角の大きさが求められそうだね。∠XOY の大きさはいくらかな。

よしこ：図をかいて，計算してみるね。……わかった。∠XOY の大きさは $\boxed{\text{ア}}$ 度だね。

ひろし：いいね。じゃあ点 O を対称の中心として，点 Y と点対称となるように点 Z をとるときを考えてみよう。このとき ∠XZY の大きさはいくらかな。

よしこ：実際に図をかいて角の大きさを測ってみたら，さっきの ∠XOY の半分になったよ。そういえば，1 つの弧に対する円周角は，その弧に対する中心角の半分であるって習ったよね。

ひろし：つまり，式で表すと $\angle XZY = \dfrac{1}{2}\angle XOY$ となるんだね。

よしこ：面白いね。では次はどこか 2 つのゴンドラの距離を求めてみようよ。いま，最高地点にあるものをゴンドラ①，5 分後に最高地点にあるものをゴンドラ②とする。この 2 つのゴンドラの距離を求めよ，なんてどうかな。さっきの**図 1** だとどうなるかな。

ひろし：2 点間の距離だね。1 周 15 分だから。……できた。2 点間の距離は $\boxed{\text{イ}}$ m だ。

先　生：ひろしさんとよしこさんのグループはどんな問題を考えましたか。なるほど，観覧車を円と考え，角の大きさや距離を求める問題ですね。答えも合っていますね。次はどんな問題を考えてみますか。

よしこ：はい。面積を求める問題を考えてみます。点 O を対称の中心として，ゴンドラ②と点対称の位置にあるゴンドラをゴンドラ③とするとき，ゴンドラ①，②，③で三角形ができるから…。

ひろし：せっかくだから観覧車の回転する特徴も問題に取り入れたいな。でもゴンドラが移動するとごちゃごちゃしそうだし。先生，こんなときはどうしたらいいんですか。

先　生：図形の回転ですか。たとえば，ある瞬間のゴンドラ①の位置を点Pとし，$t$ 分後のゴンドラ①の位置を点P′とするなど，文字でおいてみてはどうですか。もちろん，観覧車は一定の速さで，一定の方向に回転していますね。

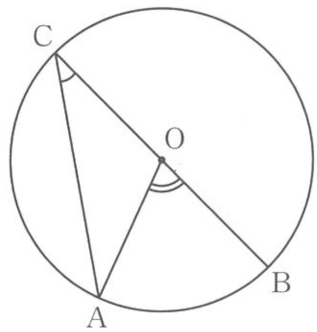
ひろし：わかりました。ゴンドラ②，③も同様に考えて，問題をつくってみます。

1　$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に適当な数を入れ，会話文を完成させよ。

2　会話文中の下線部について，次の問いに答えよ。

**図2**は，線分BCを直径とする円Oの周上に点Aをとったものである。**図2**において，$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$ が成り立つことを証明せよ。

**図2**




3　会話文中に出てきたゴンドラ①，②，③について，ひろしさんとよしこさんは次の問題をつくった。

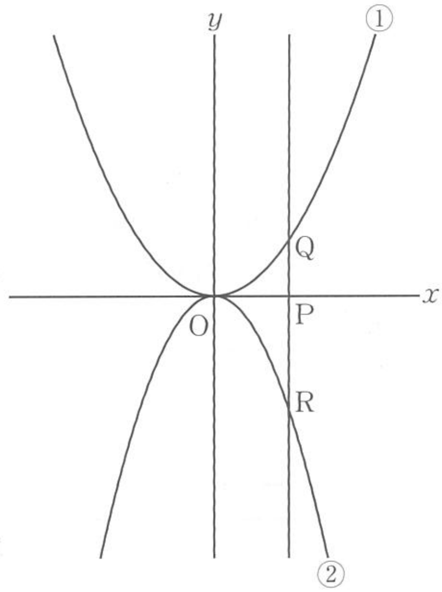
> ある瞬間のゴンドラ①，②，③の位置をそれぞれ点P，Q，Rとする。観覧車が回転し，ある瞬間から $t$ 分後のゴンドラ①，②，③の位置をそれぞれ点P′，Q′，R′とする。線分QRとP′R′が初めて平行になるとき，3点P，O，P′を結んでできる三角形の∠POP′の大きさと $t$ の値をそれぞれ求めよ。また，そのときの△PP′Qの面積を求めよ。

この問題について，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　3点P，O，P′を結んでできる三角形の∠POP′の大きさと $t$ の値をそれぞれ求めよ。

(2)　△PP′Qの面積は何 $m^2$ か。

**5** 右の図は，2つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ …① と $y=-x^2$ …② のグラフである。点Pは $x$ 軸上を動き，点Pの $x$ 座標を $t$ とする。ただし，$t>0$ とする。図のように，点Pを通り $x$ 軸に垂直な直線が関数①のグラフと交わる点をQ，関数②のグラフと交わる点をRとする。また，点Oは原点である。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。




**1** $t=2$ のとき，点Qの座標を求めよ。

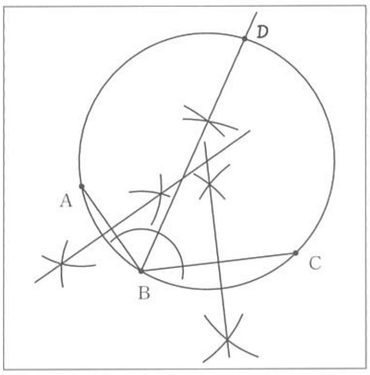
**2** $QR=\frac{27}{8}$ になるとき，$t$ の値を求めよ。

**3** 点Rを通り，$x$ 軸に平行な直線が関数②のグラフと交わる点のうち，Rでない点をSとする。△OSRが直角二等辺三角形となるとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) 点Rの座標を求めよ。

(2) 直線ORと関数①のグラフの交点のうち，Oでない点をTとする。△QTRを直線TRを軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は $\pi$ とし，求め方や計算過程も書くこと。

# 数　学　解　答　例

| 大　問 | 配　点 | | 小　問 | 解　答　例 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 27点 | 3点 | 1(1) | 8 |
| | | 3点 | (2) | 2 |
| | | 3点 | (3) | $4\sqrt{3}$ |
| | | 3点 | (4) | エ |
| | | 3点 | (5) | ア |
| | | 3点 | 2 | $(y=)\ -\dfrac{6}{x}$ |
| | | 3点 | 3 | 3，4，5 |
| | | 3点 | 4 | 4 |
| | | 3点 | 5 | イ，ウ，キ |
| 2 | 17点 | 3点 | 1 | 22（度） |
| | | 3点 | 2 | $\dfrac{3}{8}$ |
| | | 3点 | 3 | $(x=)\ 2\pm\sqrt{3}$ |
| | | 4点 | 4 | 4 |
| | | 4点 | 5 |  |
| | | | 5 | （式と計算）<br>$\begin{cases} x+y=50 & \cdots① \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=23 & \cdots② \end{cases}$<br>①×2　　$2x+2y=100$<br>②×6　$-)\ 3x+2y=138$<br>$-x=-38$<br>$x=38$　…③<br>③を①に代入すると<br>$38+y=50$<br>$y=12$<br>（答）（A さんが最初に持っていた鉛筆）38（本），（B さんが最初に持っていた鉛筆）12（本） |
| 3 | 13点 | 3点 | 1 | 60.6（点） |
| | | 4点 | 2(1) | ア　③　　イ　① |
| | | 3点 | (2) | 59.3（点） |
| | | 3点 | 3 | 51（点） |
| 4 | 17点 | 3点 | 1ア | 10 |
| | | 3点 | イ | $30\sqrt{3}$ |
| | | 4点 | 2 | （証明）<br>$\angle ACB=\angle a$ とする。<br>△OAC は二等辺三角形であるから，<br>$\angle OCA=\angle OAC=\angle a$<br>∠AOB は△OAC の外角であるから，<br>$\angle AOB=\angle OCA+\angle OAC=2\angle a$<br>したがって，$\angle AOB=2\angle ACB$<br>すなわち，$\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$ |
| | | 3点 | 3(1) | 120（度），$(t=)\ 5$ |
| | | 4点 | (2) | $675\sqrt{3}$（$m^2$） |
| 5 | 16点 | 3点 | 1 | Q(2，2) |
| | | 3点 | 2 | $(t=)\ \dfrac{3}{2}$ |
| | | 4点 | 3(1) | R(1，−1) |
| | | 6点 | (2) | （求め方や計算）<br>(1)より，$t=1$ であるから $Q\left(1,\ \dfrac{1}{2}\right)$，R(1，−1) である。<br>よって　$QR=\dfrac{3}{2}$<br>直線 TR の方程式は，$y=-x$ であるから<br>直線 TR と関数①のグラフとの交点の $x$ 座標は<br>$\dfrac{1}{2}x^2=-x$<br>$x(x+2)=0$ より　$x=0,\ x=-2$<br>T の $x$ 座標は　$x=-2$　　よって　T(−2，2)<br>これより　$TR=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$<br>点 Q から辺 TR へ垂線 QH をひくと<br>△QHR は ∠HRQ = 45° の直角二等辺三角形となるので<br>$QH:QR=1:\sqrt{2}$<br>$QH:\dfrac{3}{2}=1:\sqrt{2}$　これより　$QH=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$<br>求める体積は　$\dfrac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times TH+\dfrac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times HR$<br>$=\dfrac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times(TH+HR)$<br>$=\dfrac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times TR$<br>$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9}{8}\pi\times3\sqrt{2}=\dfrac{9\sqrt{2}}{8}\pi$<br>（答）$\dfrac{9\sqrt{2}}{8}\pi$ |