

1 次の (1)~(8) に答えなさい。

(1) $(\sqrt{2} - 1)^2 - \sqrt{50} + \frac{14}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

(2) ある科学館の入館料は、おとな 1 人 a 円、子ども 1 人 b 円である。おとな 3 人と子ども 4 人の入館料の合計は 3000 円より安い。この数量の間の関係を不等式で表せ。

(3) $(x + y)^2 + 7(x + y) + 12$ を因数分解せよ。

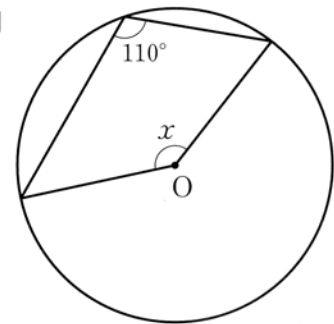
(4) 2 次方程式 $(x - 2)(x + 3) = -2x$ を解け。

(5) 箱の中に赤玉だけがたくさん入っている。その箱の中に、赤玉と同じ大きさの白玉 100 個を入れ、よくかき混ぜた後、その中から 20 個の玉を無作為に抽出すると、白玉がちょうど 4 個ふくまれていた。はじめに箱の中に入っていた赤玉の個数はおよそ何個と考えられるか。

(6) 2020 を素因数分解すると、 $2020 = 2^2 \times 5 \times 101$ である。 $\frac{2020}{n}$ が偶数となる自然数 n の個数を求めよ。

(7) 図 1 のような円 O において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

図 1



(8) 図 2 において、線分 PQ は直線 l と平行である。2 点 P 、 Q を通り、直線 l に接する円の中心 O を定規とコンパスを用いて解答用紙の図 2 に作図して求め、その位置を点 \bullet で示せ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図 2

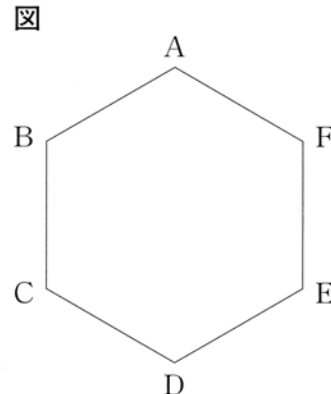


2 次の問いに答えなさい。

問1 大小2つのさいころを同時に1回投げる。ただし、それぞれのさいころの目は1から6まであり、どの目が出ることも同様に確からしいとする。このとき、次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 大小2つのさいころの出る目の数が同じになる確率を求めよ。

(2) 右の図のような正六角形 ABCDEF がある。大小2つのさいころを同時に投げ、1の目が出たら点 A、2の目が出たら点 B、3の目が出たら点 C、4の目が出たら点 D、5の目が出たら点 E、6の目が出たら点 F をそれぞれ選ぶ。選んだ2点と点 A を頂点とする三角形を作りたい。例えば、2、3の目が出たら $\triangle ABC$ ができ、1、2の目が出たら三角形はできない。このとき、次の(ア)、(イ)に答えよ。



- (ア) 三角形ができない確率を求めよ。
 (イ) 直角三角形ができる確率を求めよ。

問2 令子さんと和男さんと二郎さんは、職場体験で、あるコンビニエンスストアに行った。右の表は、このコンビニエンスストアで先週1週間に売れたおにぎりの個数を価格別にまとめたものである。このとき、次の(1)、(2)に答えよ。

表

価格(円)	個数(個)
100	80
120	155
150	75
180	105
200	85
合計	500

- (1) 100円のおにぎりの個数の相対度数を求めよ。
 (2) 次の会話を読んで、二郎さんはなぜ下線部のような発言をしたのか、その理由を、最も適切な代表値を用いて説明せよ。

店長：この表をもとに、来週のおにぎりの仕入れについて3人で話し合ってみてください。

令子：資料の特徴を調べるときは、代表値を用いればいいことを数学の授業で学んだよね。売上総額を売れた個数で割った平均値を計算すると147.5円になるよ。だから、私は、150円のおにぎりをたくさん仕入れたほうがいいと思うな。

和男：僕も150円のおにぎりをたくさん仕入れたほうがいいと思うよ。中央値が150円だからね。

二郎：そうとも言い切れないよ。僕は 120円のおにぎりをたくさん仕入れたほうがいいと思うな。

問3 2つの続いた奇数3、5について、 $5^2 - 3^2$ を計算すると16になり、8の倍数となる。このように、「2つの続いた奇数では、大きい奇数の平方から小さい奇数の平方を引いた差は、8の倍数となる。」ことを文字 n を使って証明せよ。ただし、証明は解答用紙の「 n を整数とし、小さい奇数を $2n - 1$ とすると、」に続けて完成させよ。

3 図1～図3のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に3点A、B、Cがあり、A、Bの x 座標はそれぞれ2、-1で、CはAと y 座標が等しく、 x 座標が異なる点である。原点をOとして、次の問いに答えなさい。

問1 直線ABの式を求めよ。

問2 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

問3 図2、図3のように、関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に y 座標が等しい2点P、Qをとる。 $\triangle OPQ$ が直角二等辺三角形になるとき、次の(1)、(2)に答えよ。ただし、点Pの x 座標は正とする。

(1) 点Pの座標を求めよ。

(2) 図3のように、点Cを通り、直線AQと平行な直線と y 軸との交点をDとする。また、 x 軸上に、 x 座標が正である点Rをとる。四角形ACQPの面積と四角形ADQRの面積が等しくなるとき、点Rの x 座標を求めよ。

図1

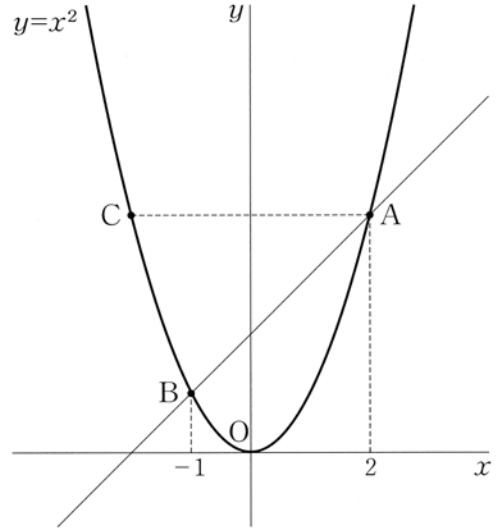


図2

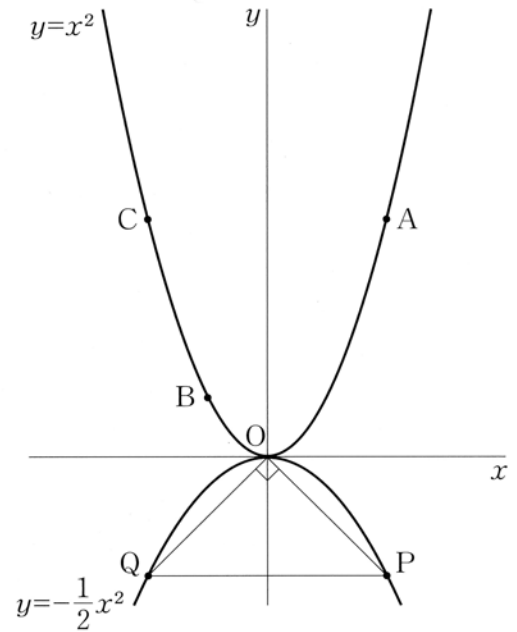
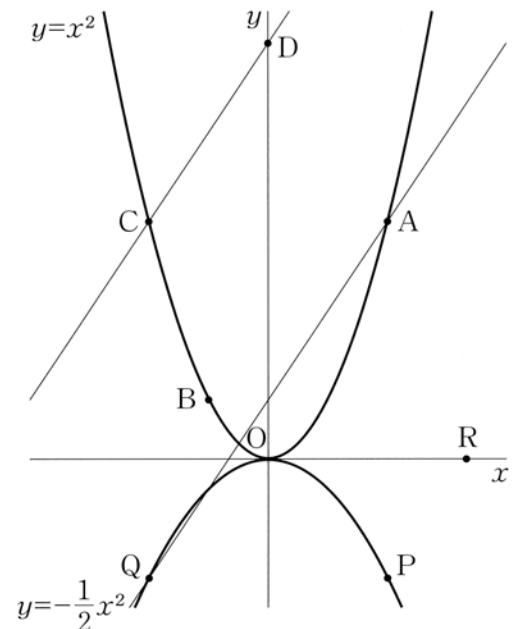
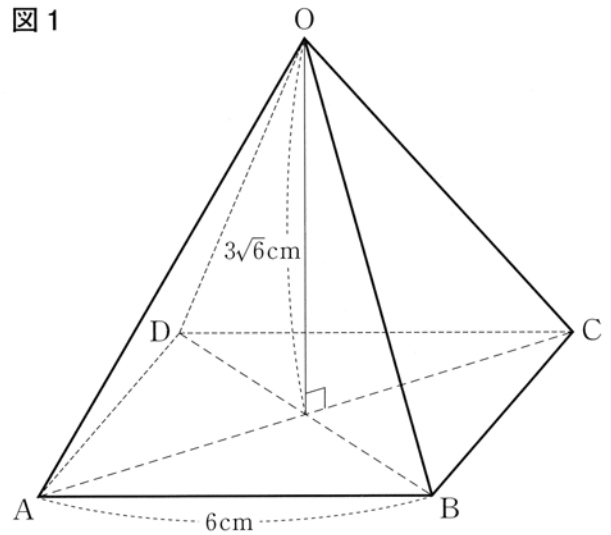


図3

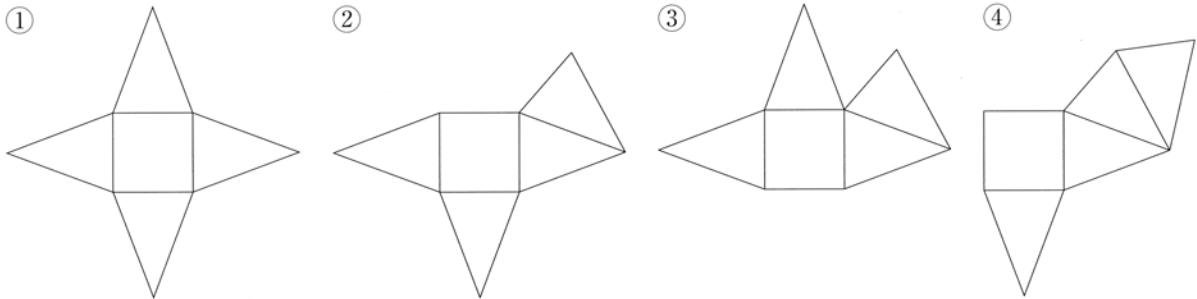


4 図1、図2のように、底面が1辺の長さ6 cmの正方形ABCDで、側面がすべて合同な二等辺三角形である正四角錐OABCDがある。また、正四角錐OABCDの高さは $3\sqrt{6}$ cmである。このとき、次の問いに答えなさい。

図1



問1 図1の正四角錐の展開図として適切でないものを、次の①～④の中から1つ選び、その番号を書け。



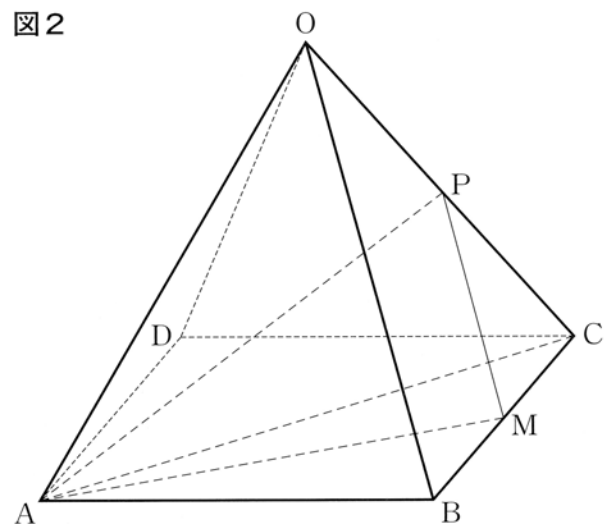
問2 正四角錐OABCDの体積は何 cm^3 か。

問3 $\triangle OAC$ はどのような三角形か。次の①～④の中から最も適切なものを1つ選び、その番号を書け。

- ① 直角三角形 ② 二等辺三角形 ③ 直角二等辺三角形 ④ 正三角形

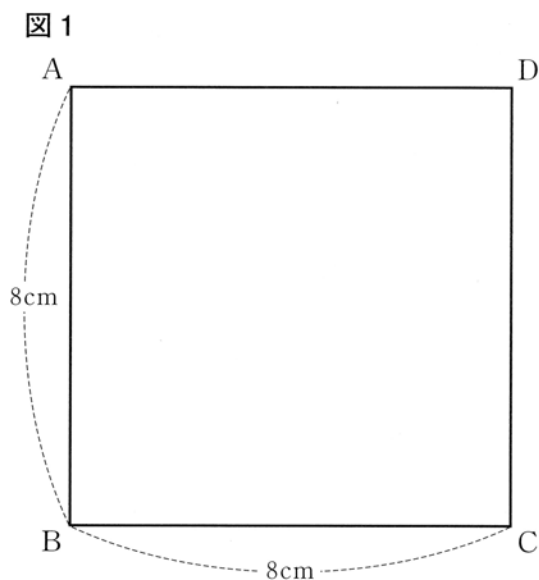
問4 図2のように、辺OCの中点をP、辺BCの中点をMとする。このとき、次の(1)、(2)に答えよ。

図2



- (1) 三角錐PACMの体積は何 cm^3 か。
 (2) $\triangle PAC$ を底面とするとき、三角錐PACMの高さは何cmか。

5 図1のように、1辺の長さが8 cmの正方形 ABCD の折り紙がある。図2のように、この折り紙の頂点 B を辺 AD の中点と重なるように折ったとき、頂点 B、C が移動した点をそれぞれ P、Q とする。また、折り目となる直線と辺 AB、辺 CD との交点をそれぞれ E、F とし、線分 PQ と線分 DF との交点を G とする。このとき、次の問いに答えなさい。



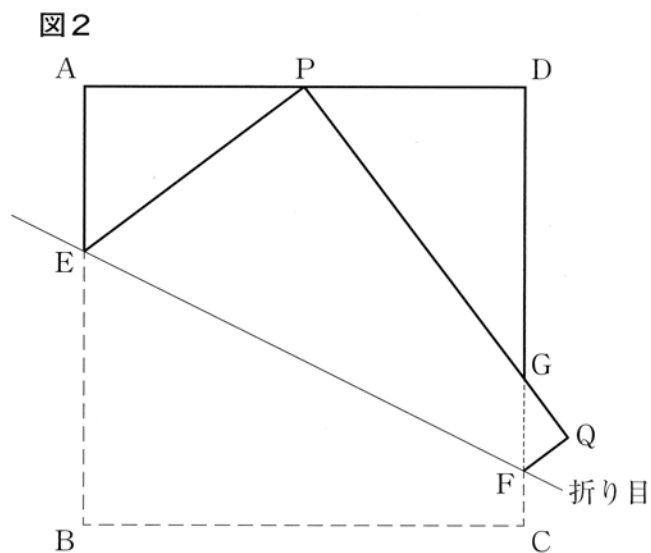
問1 $AE = x$ cm とするとき、次の (1)、(2) に答えよ。

- (1) BE の長さを x を用いて表せ。
- (2) $EB = EP$ となることを利用して、 x の値を求めよ。

問2 $\triangle APE \sim \triangle DGP$ であることを証明せよ。

問3 線分 FQ の長さは何 cm か。

問4 $\triangle CFQ$ の面積は何 cm^2 か。



6

図1のような、1周400mのランニングコースがある。このコース上にA地点とB地点があり、これらの地点はちょうど半周だけ離れている。桜さんと昇さんはA地点を同時にスタートし、矢印の方向に5周走り、同時にゴールした。桜さんはスタートからゴールまで一定の速さで走った。また、昇さんはスタートしてから分速200mでしばらく走った後、走るのをやめて、その場で数分間休憩した。その後、分速100mで走り、最後に分速200mで走った。図2の2つのグラフは桜さんと昇さんがスタートしてから x 分間に走った距離を y mとして、それぞれがゴールするまでの x と y の関係を表したものである。このとき、次の問いに答えなさい。

- 問1 昇さんが休憩した時間は何分間か。
 問2 桜さんの走った速さは分速何mか。
 問3 桜さんが昇さんに追いつくのはスタートしてから何分後か。
 問4 桜さん、昇さんと友だちの千代さんは、同じコースをA地点から2人と同時にスタートし、分速100mで矢印と反対の方向に4周走り、2人と同時にゴールした。このとき、千代さんは、次のルールにしたがって2人とハイタッチをした。

- ルール**
- ・すれ違うごとに1回だけ行う。
 - ・休憩中に通り過ぎるときも1回だけ行う。
 - ・スタート時とゴール時は行わない。

このことについて、生徒が先生と話をしている。2人の会話を読んで、あとの(1)、(2)に答えよ。

先生：千代さんは、桜さんや昇さんと全部で何回ハイタッチをするのかな。

生徒：図2で考えるのは難しそうです。

先生：図3を見てごらん。400m進むごとに同じ地点を通ることに注目し、昇さんのスタートしてからの時間とA地点から矢印の方向に測った距離の関係を表したものだよ。では、桜さんと千代さんの場合はどのように表されるのかな。千代さんは矢印と反対の方向に走っているから、右下がりでかくとわかりやすいよ。

(数分後)

生徒：桜さんの5周分と千代さんの1周分をかくと図4のようになりました。これを使えばハイタッチの回数もわかりますよね。

先生：そうだね。続きをかいて考えてごらん。

生徒：はい、やってみます。

- (1) 下線部に関して、千代さんがスタートしてからゴールするまでに、2人とハイタッチをした回数を求めよ。
 (2) (1)のうち、図1のA地点からB地点までの部分(網掛け部分)で千代さんが2人とハイタッチをした回数を求めよ。ただし、網掛け部分にはA地点とB地点をふくむ。

図1

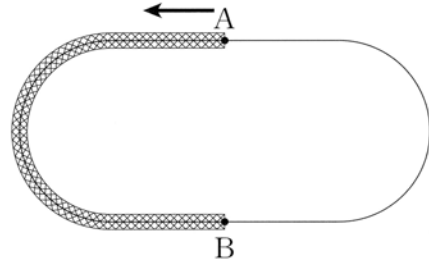


図2

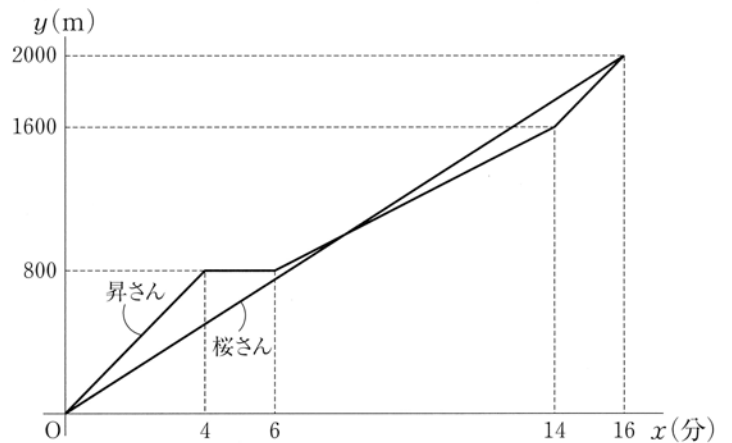


図3

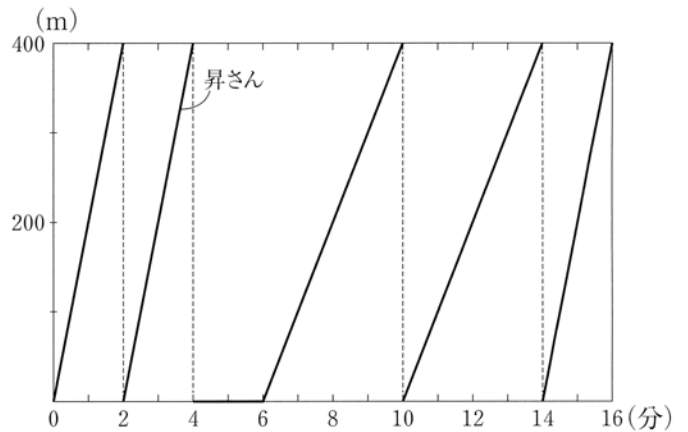


図4

