

II




令和3年度

II 数学

(10時10分～11時00分)

注意

- 問題用紙は3枚(3ページ)あります。
- 解答用紙はこの用紙の裏面です。
- 答えはすべて、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 解答用紙の  の欄には記入してはいけません。

注意

- 1 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。
ただし、 $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ小さい自然数にせよ。
- 2 円周率は π を用いなさい。

1 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

- ① $3 \times (-8)$
- ② $\frac{1}{2} - \frac{5}{6}$
- ③ $-8x^3 \div 4x^2 \times (-x)$
- ④ $\sqrt{50} + \sqrt{2}$

(2) 六角形の内角の和を求めなさい。

2 次の(1)～(5)の問いに答えなさい。

(1) -3 と $-2\sqrt{2}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

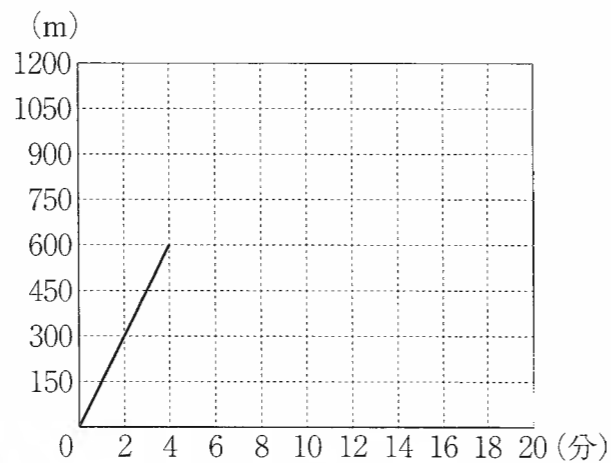
(2) ある中学校の生徒の人数は126人で、126人全員が徒歩通学か自転車通学のいずれか一方で通学しており、徒歩通学をしている生徒と自転車通学をしている生徒の人数の比は5:2である。

このとき、自転車通学をしている生徒の人数を求めなさい。

(3) えりかさんの家から花屋を通って駅に向かう道があり、その道のりは1200mである。また、家から花屋までの道のりは600mである。えりかさんは家から花屋までは毎分150mの速さで走り、花屋に立ち寄った後、花屋から駅までは毎分60mの速さで歩いたところ、家を出発してから駅に着くまで20分かかった。

右の図は、えりかさんが家を出発してから駅に着くまでの時間と道のりの関係のグラフを途中まで表したものである。

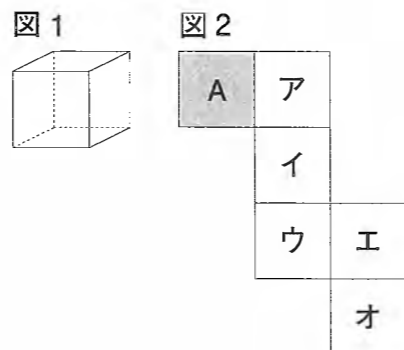
えりかさんが家を出発してから駅に着くまでのグラフを完成させなさい。ただし、花屋の中での移動は考えないものとする。



(4) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合が -4 である。

このとき、 a の値を求めなさい。

(5) 右の図1のような立方体があり、この立方体の展開図を図2のようにかいた。この立方体において、面Aと平行になる面を、ア～オの中から1つ選び、記号で答えなさい。



3 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

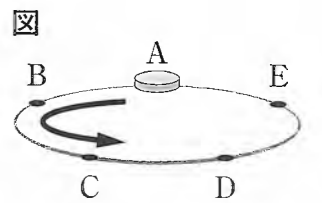
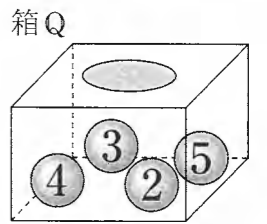
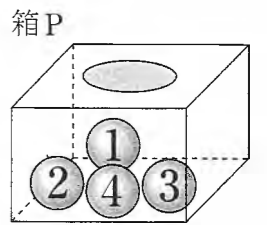
(1) 箱Pには、1、2、3、4の数字が1つずつ書かれた4個の玉が入っており、箱Qには、2、3、4、5の数字が1つずつ書かれた4個の玉が入っている。

箱Pの中から玉を1個取り出し、その玉に書かれた数を a とする。箱Qの中から玉を1個取り出し、その玉に書かれた数を b とする。ただし、どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。

次に、図のように円周上に5点A、B、C、D、Eをとり、Aにコインを置いた後、以下の<操作>を行う。

<操作>

Aに置いたコインを $2a+b$ の値だけ円周上を反時計回りに動かす。例えば、 $2a+b$ の値が7のときは、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ と順に動かし、Cでとめる。



① コインが、点Dにとまる場合は何通りあるか求めなさい。

② コインが、点A、B、C、D、Eの各点にとまる確率の中で、もっとも大きいものを求めなさい。

(2) ある学級のA班とB班がそれぞれのペットボトルロケットを飛ばす実験を25回ずつ行った。実験は、校庭に白線を1m間隔に引いて行い、例えば、17m以上18m未満の間に着地した場合、17mと記録した。

下の表1は、A班とB班の記録について、25回の平均値、最大値、最小値、範囲をそれぞれまとめたものである。また、下の表2は、A班とB班の記録を度数分布表に整理したものである。ただし、表1の一部は汚れて読み取れなくなっている。

表1

	A班	B班
平均値	28.6 m	30.8 m
最大値	46 m	42 m
最小値		16 m
範囲	31 m	

表2

記録 (m)	A班 度数 (回)	B班 度数 (回)
以上 未満		
15 ~ 20	2	3
20 ~ 25	5	3
25 ~ 30	7	5
30 ~ 35	4	8
35 ~ 40	5	5
40 ~ 45	1	1
45 ~ 50	1	0
合計	25	25

① A班の記録の最小値を求めなさい。

② 右の文は、太郎さんが表1と表2をもとにして、A班とB班のどちらのペットボトルロケットが遠くまで飛んだかを判断するために考えた内容である。

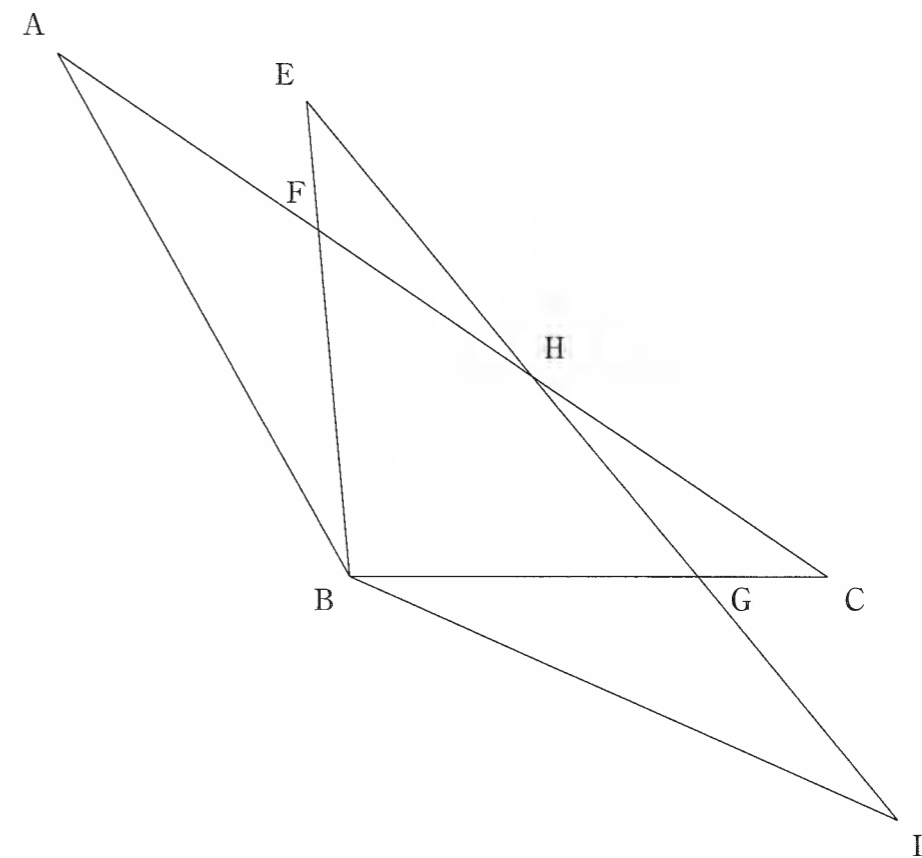
- ・平均値を比べると、B班のほうが大きい。
- ・最大値を比べると、A班のほうが大きい。
- ・中央値を比べると、()班のほうが大きい。

下線部について、()に入る適切なものを、A、Bから1つ選び、解答用紙の()の中に記号で答えなさい。

また、選んだ理由を、中央値が入る階級を示して説明しなさい。

- 4 百の位の数、十の位の数より2大きい3けたの自然数がある。
この自然数の各位の数の和は18であり、百の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる自然数は、はじめの自然数より99小さい数である。
このとき、はじめの自然数を求めなさい。
求める過程も書きなさい。

- 5 下の図において、 $\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ であり、辺 AC と辺 BE との交点を F 、辺 BC と辺 DE との交点を G 、辺 AC と辺 DE との交点を H とする。
このとき、 $AF = DG$ となることを証明しなさい。

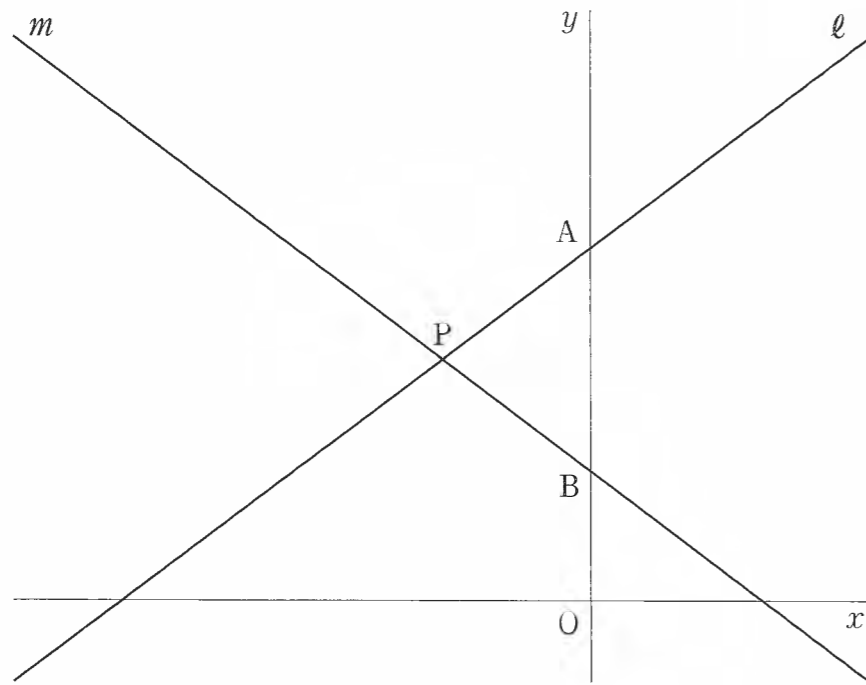


6 下の図のように、2直線 l , m があり、 l , m の式はそれぞれ $y = \frac{1}{2}x + 4$, $y = -\frac{1}{2}x + 2$ である。 l と y 軸との交点、 m と y 軸との交点をそれぞれ A , B とする。また、 l と m との交点を P とする。

このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

- (1) 点 P の座標を求めなさい。
- (2) y 軸上に点 Q をとり、 Q の y 座標を t とする。ただし、 $t > 4$ とする。 Q を通り x 軸に平行な直線と l , m との交点をそれぞれ R , S とする。

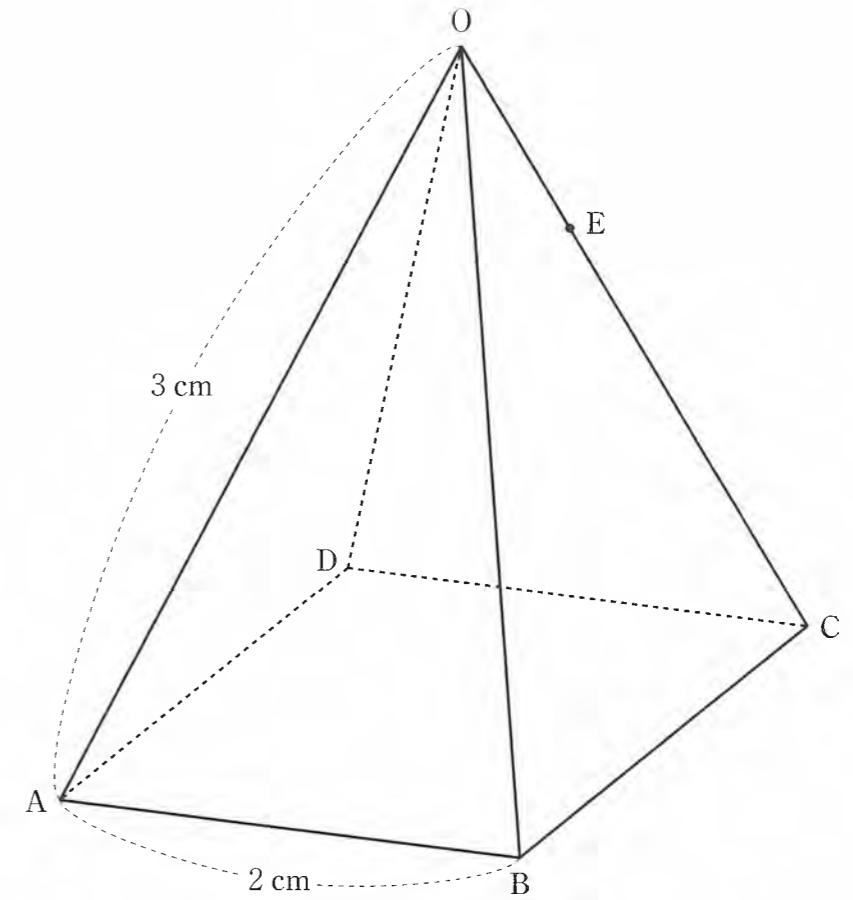
- ① $t = 6$ のとき、 $\triangle PRS$ の面積を求めなさい。
- ② $\triangle PRS$ の面積が $\triangle ABP$ の面積の5倍になるときの t の値を求めなさい。

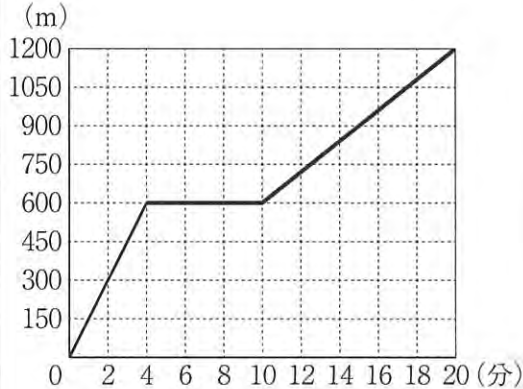


7 下の図のような、底面が1辺2 cmの正方形で、他の辺が3 cmの正四角錐がある。辺 OC 上に $AC = AE$ となるように点 E をとる。

このとき、次の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。

- (1) 線分 AE の長さを求めなさい。
- (2) $\triangle OAC$ の面積を求めなさい。
- (3) E を頂点とし、四角形 $ABCD$ を底面とする四角錐の体積を求めなさい。



問 題		正 解	標準 配点	備 考
大	小			
1	(1)	① -24	2	
		② $-\frac{1}{3}$	2	
		③ $2x^2$	2	
		④ $6\sqrt{2}$	2	
	(2)	720 度	2	
2	(1)	$-3 < -2\sqrt{2}$	2	
	(2)	36 人	2	
	(3)		2	
	(4)	$a = -\frac{1}{2}$	2	
	(5)	工	2	
3	(1)	① 3 通り	2	
		② $\frac{1}{4}$	2	
	(2)	① 15 m	1	
		②	3	中央値を比べると、(B) 班の ほうが大きい。 [理由の例] A班の中央値が入る階級は、 25 m 以上 30 m 未満であり、 B班の中央値が入る階級は、 30 m 以上 35 m 未満である。 したがって、B班のほうが大きい。

問 題		正 解	標準 配点	備 考
大	小			
4		[求める過程の例] 十の位の数字を x 、一の位の数字を y とする。 百の位の数が、十の位の数より 2 大きいから、 百の位の数字は $(x+2)$ と表される。 各位の数の和は 18 だから、 $(x+2) + x + y = 18$ これを整理して、 $2x + y = 16$ ① はじめの自然数は、 $100(x+2) + 10x + y = 110x + y + 200$ 百の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる自然数は、 $100y + 10x + (x+2) = 11x + 100y + 2$ この自然数は、はじめの自然数より 99 小さくなるから、 $110x + y + 200 - 99 = 11x + 100y + 2$ これを整理して、 $x - y = -1$ ② ①、②を連立方程式として解いて、 $x = 5, y = 6$ これらは問題に適している。 よって、はじめの自然数は 756 である。 答 はじめの自然数 <u>756</u>	5	
		[証明の例 1] $\triangle ABF$ と $\triangle DBG$ において 仮定から $AB = DB$ ① 仮定から $\angle BAF = \angle BDG$ ② 仮定から $\angle ABC = \angle DBE$ ③ $\angle ABF = \angle ABC - \angle CBE$ ④ $\angle DBG = \angle DBE - \angle CBE$ ⑤ ③、④、⑤より $\angle ABF = \angle DBG$ ⑥ ①、②、⑥より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABF \cong \triangle DBG$ 合同な図形の対応する辺は等しいから $AF = DG$		
5		[証明の例 2] $\triangle EBG$ と $\triangle CBF$ において 仮定から $BE = BC$ ① 仮定から $\angle BEG = \angle BCF$ ② 共通な角は等しいから $\angle EBG = \angle CBF$ ③ ①、②、③より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $\triangle EBG \cong \triangle CBF$ 合同な図形の対応する辺は等しいから $EG = CF$ ④ 仮定から $AC = DE$ ⑤ $AF = AC - CF$ ⑥ $DG = DE - EG$ ⑦ ④、⑤、⑥、⑦から $AF = DG$	5	
		(1) $P(-2, 3)$	1	
6	(2)	① 18	2	
		② $t = 3 + \sqrt{5}$	3	
7	(1)	$2\sqrt{2}$ cm	1	
	(2)	$\sqrt{14}$ cm ²	2	
	(3)	$\frac{32\sqrt{7}}{27}$ cm ³	3	

※部分点については、各校において統一した基準を設けて採点するものとする。