1 次の（1）〜(10) に答えなさい。

（1） $(3^2 - 1) \div (-2)$ を計算せよ。

（2） $\sqrt{45} - \dfrac{10}{\sqrt{5}}$ を計算せよ。

（3） y は x に反比例し、$x = 4$ のとき、$y = 8$ である。$x = 2$ のとき、y の値を求めよ。

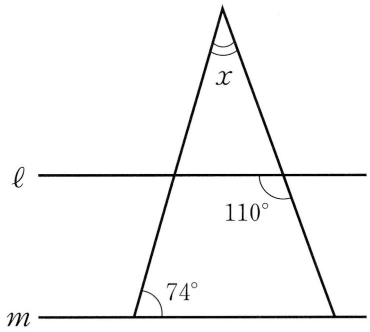
（4） 30 個のおにぎりを x 人に 4 個ずつ配ると、y 個足りない。この数量の間の関係を等式で表せ。

（5） 連立方程式 $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases}$ を解け。

（6） 2 次方程式 $(x - 2)^2 - 5 = 0$ を解け。

（7） **図1**において、$\ell \parallel m$ のとき、$\angle x$ の大きさを求めよ。

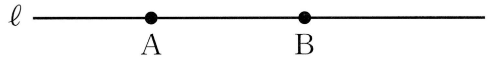
図1



（8） 2021 の各位の数 2、0、2、1 の和を求めると 5 になる。このように、各位の数の和が5である 4けたの自然数のうち、大きいほうから数えて 5 番目の自然数を求めよ。

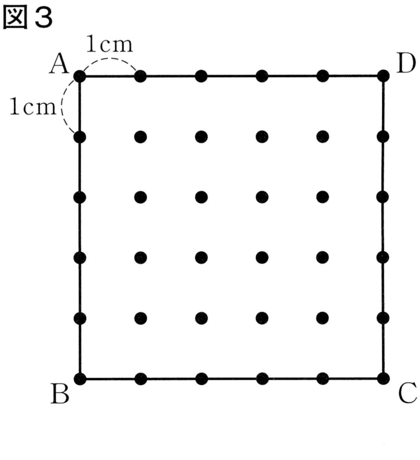
（9） **図2**のように、直線 ℓ 上に 2 点 A、B がある。△ABC が $\angle ABC = 90°$ の直角二等辺三角形となるような頂点 C の 1 つを、定規とコンパスを用いて解答用紙の**図2**に作図して求め、その位置を点●で示せ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図2



(10) **図3**のように、正方形 ABCD の周上と内部に、点●が縦、横 1 cm の間隔で並んでいる。4 つの点●を頂点とする正方形を作るとき、面積が 10 cm² となる正方形の 1 つを、解答用紙の**図3**に作図せよ。

図3



2 次の問いに答えなさい。

問1 **表**は、ある中学校の1年生20人と2年生25人について、夏休みに読んだ本の冊数を調べ、その結果を冊数別にまとめたものである。なお、1年生の相対度数と2年生の度数は空欄にしてある。また、相対度数は正確な値であり、四捨五入などはされていないものとする。このとき、次の（1）～（3）に答えよ。

（1） 1年生20人の中で、3冊読んだ生徒の相対度数を求めよ。

（2） 1年生20人が読んだ本の冊数の平均値を求めよ。

（3） 1年生と2年生を比較したとき、次の①～④の中から正しいものをすべて選び、その番号を書け。

① 2冊読んだ生徒の相対度数は、1年生の方が大きい。
② 4冊以上読んだ生徒の人数は、1年生の方が多い。
③ 最頻値（モード）は、1年生の方が大きい。
④ 1年生と2年生の中央値（メジアン）は等しい。

表

冊数（冊）	1年生		2年生	
	度数（人）	相対度数	度数（人）	相対度数
0	0			0.04
1	1			0.20
2	4			0.16
3	7			0.24
4	2			0.20
5	6			0.16
合計	20	1.00	25	1.00

問2 桜さんと昇さんと先生は、**図**のようなカレンダーを見ながら、で囲まれた5つの数について話をしている。3人の会話を読んで、あとの（1）～（3）に答えよ。

図

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

桜さん：で囲まれた5つの数のうち、中央の数が8のとき、中央以外の4つの数の和は $1+7+9+15$ で、32になっているよ。

昇さん：中央の数が8でないとき、中央以外の4つの数の和はどうなるのかな。

桜さん：中央の数が［（ア）］のとき、中央以外の4つの数の和は44になっているよ。

先　生：実は、<u>で囲まれた5つの数のうち、中央以外の4つの数の和は必ず4の倍数になります</u>。このことを次のようにして、証明してみましょう。

〈証明〉で囲まれた5つの数を、小さいほうから順に a、b、c、d、e とする。また、中央以外の4つの数の和をPとすると、$\mathrm{P}=a+b+d+e$ である。

このあとは、a、b、c、d、e のうちの1つを x とおいて進めていきましょう。

昇さん：続きは、私がやってみます。a、b、c、d、e のどれを x とおいても証明できますが、私は［（イ）］を x とおいて証明します。

（〈証明〉の続き）
［（イ）］を x とおくと、残りの4つの数は x を用いて、小さいほうから順に［（ウ）］、［（エ）］、［（オ）］、［（カ）］と表される。
このとき、Pは
［（キ）］
したがって、中央以外の4つの数の和は4の倍数になる。

先　生：そのとおりです。よくできましたね。

（1） ［（ア）］にあてはまる数を求めよ。

（2） ［（イ）］に a、b、c、d、e の中から1つ選んで書き、そのとき［（カ）］にあてはまる数を x を用いて表せ。

（3） 下線部で示した内容の〈証明〉の一部を［（キ）］に書き入れて、〈証明〉を完成させよ。ただし、解答用紙の「P＝」に続けて書くこと。

3 図1、図2のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に、x 座標が2である点Aと、y 座標が1である点Bがある。原点をOとして、次の問いに答えなさい。ただし、点Bの x 座標は負とする。

問1 点Aの y 座標を求めよ。

問2 直線ABの式を求めよ。

問3 関数 $y=x^2$ について、x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のときの y の変域を求めよ。

問4 $\triangle$OABの面積を求めよ。

問5 図2のように、点Aから x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をCとし、直線ABと x 軸との交点をDとする。また、点Cを通り、傾きが -1 である直線上に点Pをとる。$\triangle$APDの面積が $4\sqrt{2}$ となるとき、点Pの x 座標をすべて求めよ。

図1

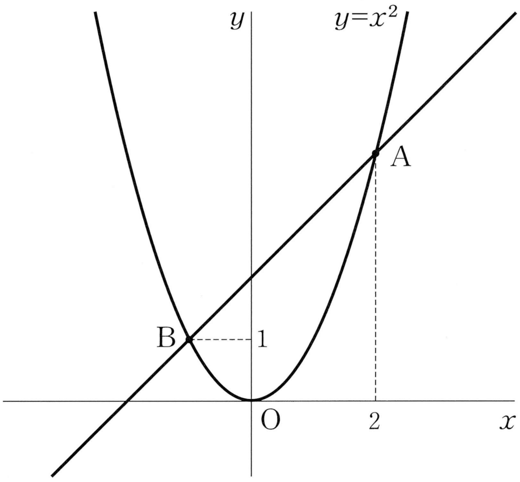
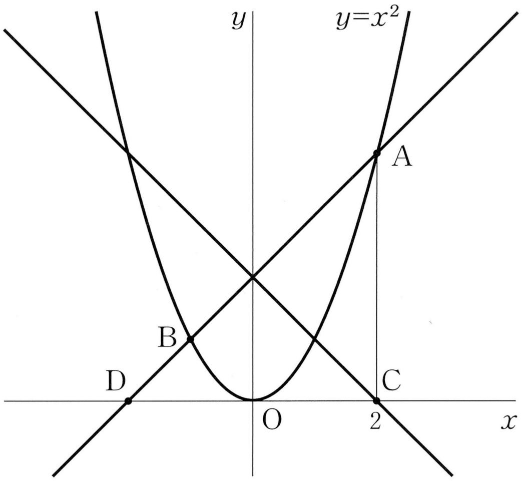


図2



4 **図１**は、底面の円の半径が３cm、高さが４cmの円柱である。また、**図２**は、底面の円の半径が２cm、高さが４cmの円錐(すい)である。このとき、次の問いに答えなさい。

問１　**図１**において、円柱の側面積は何 cm^2 か。

問２　**図２**において、円錐の体積は何 cm^3 か。

問３　**図１**の円柱を透明な容器Ａとし、**図２**の円錐を鉄でできたおもりＢとする。この容器Ａを底面が水平になるように置き、水をいっぱいになるまで注いだ。その後、おもりＢを、底面を水平に保ったまま容器Ａの水の中に静かに沈めていく。**図３**のように、おもりＢの底面から水面までの高さが２cmとなったとき、あふれた水の体積は何 cm^3 か。ただし、容器Ａの厚さは考えないものとする。

問４　**図３**の状態から、おもりＢを、底面を水平に保ったまま容器Ａの水の中から静かに引き上げると水面が下がり、**図４**のように、おもりＢの底面から水面までの高さが１cmとなった。このとき、容器Ａの下の底面から水面までの高さは何cmか。ただし、容器Ａの厚さは考えないものとする。

図１

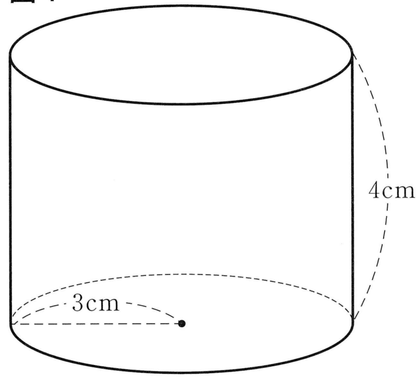


図２

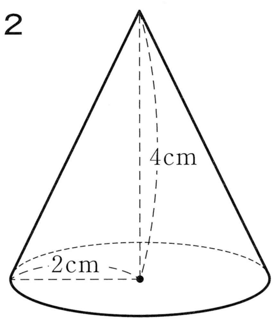


図３

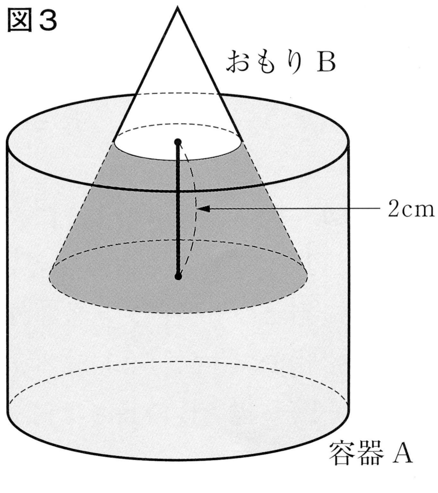
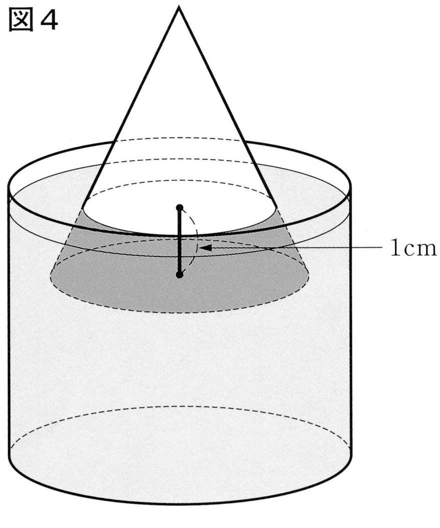


図４



5 図1～図4のように、長方形ABCDがあり、辺AB上に点Pを、辺CD上に点Rを、AP = CRとなるようにとる。さらに、辺BC上に点Qを、辺AD上に点Sを、四角形PQRSが平行四辺形となるようにとる。このとき、次の問いに答えなさい。

問1 図1の平行四辺形PQRSは、どのような条件が加わるとひし形になるか。次の①～④の中から1つ選び、その番号を書け。

① $\angle P = \angle Q$

② $PQ \perp PS$

③ $PR = QS$

④ $PQ = PS$

問2 図1において、$\triangle APS \equiv \triangle CRQ$ であることを証明せよ。

問3 図2のように、AB = 2 cm、AD = 3 cm とする。四角形PQRSがひし形となり、AS = 2 cm のとき、線分APの長さは何cmか。

問4 図3、図4のように、点P、Rをそれぞれ点B、Dと一致するようにとる。四角形PQRSがひし形となり、PQ = $8\sqrt{3}$ cm、$\angle SPQ = 60°$ のとき、次の（1）、（2）に答えよ。

（1） 辺ABの長さは何cmか。

（2） 図4のように、長方形ABCDの辺AB、BC、CD、DAの中点をそれぞれE、F、G、Hとすると、四角形EFGHはひし形となる。このとき、ひし形PQRSとひし形EFGHが重なった部分（図4の［網掛け］で示した部分）の面積は何cm²か。

図1

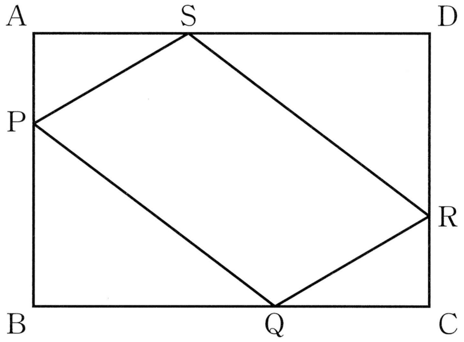


図2

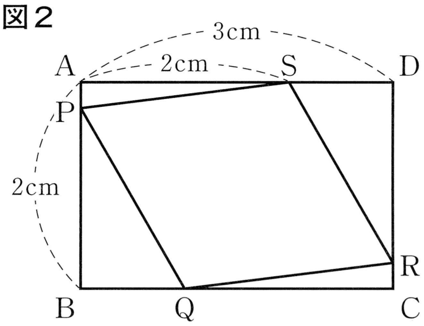


図3

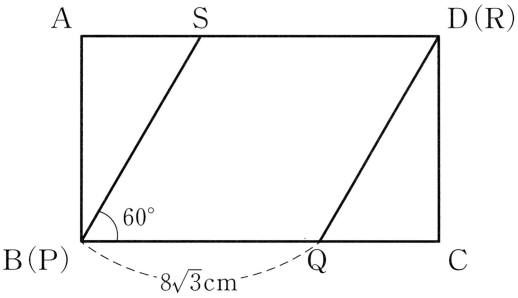
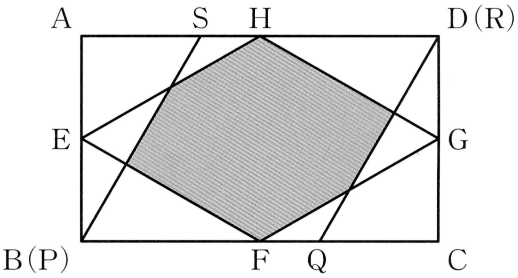
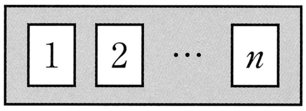


図4



6 図１のように、机の上に１から n の数字が１つずつ書かれた n 枚のカードがある。令子さんと和男さんが次の**ルール**にしたがってゲームを行う。

図１



ルール

① 机の上にあるカードに書かれた数字の中から１つ選び、選んだ数の約数が書かれたカードをすべてとる。

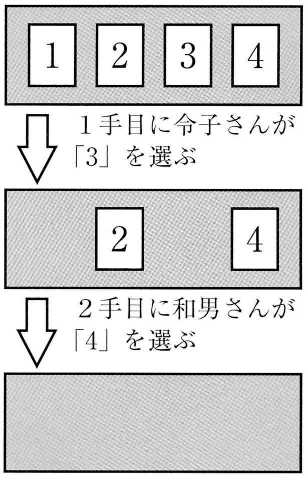
② 最初に、令子さんが①を行う（１手目）。次に、残ったカードについて、和男さんが①を行う（２手目）。以下、机の上のカードがなくなるまで、３手目に令子さん、４手目に和男さん、５手目に令子さん、…のように、２人が交互に①を行う。

③ 最後のカードをとったほうを勝ちとする。

例えば、$n=4$ のとき、**図２**のように、１手目に令子さんが「3」を選ぶと、令子さんは $\boxed{1}$ と $\boxed{3}$ のカードをとり、２手目に和男さんが「4」を選ぶと、和男さんは $\boxed{2}$ と $\boxed{4}$ のカードをとるので、和男さんの勝ちとなる。

このとき、次の問いに答えなさい。

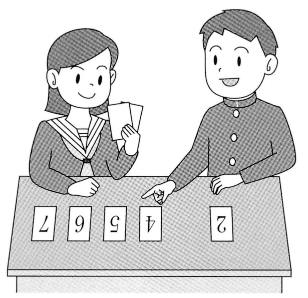
図２



問１ $n=3$ のとき、令子さんの勝ち負けは下の［　　］のようになる。［（ア）］～［（ウ）］に「勝ち」、「負け」のいずれかを書け。

> １手目に令子さんが「1」を選べば令子さんの［（ア）］、「2」を選べば令子さんの［（イ）］、「3」を選べば令子さんの［（ウ）］である。

問２ $n=5$ のとき、令子さんが必ず勝つためには、１手目に令子さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答えよ。



問３ $n=7$ のとき、次の（１）～（３）に答えよ。

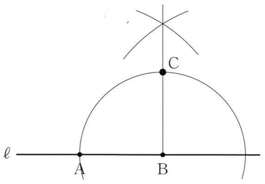
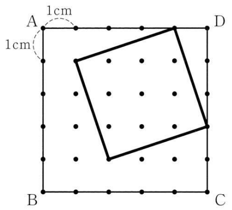
（１） １手目に令子さんが「2」を選び、２手目に和男さんが「4」を選んだとき、令子さんが必ず勝つためには、３手目に令子さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答え、その理由を説明せよ。

（２） １手目に令子さんが「4」を選んだとき、２手目に和男さんが「3」を選ぶと、３手目に令子さんが何を選んでも令子さんが必ず勝つが、２手目に和男さんが「6」を選ぶと、３手目に令子さんが何を選んでも和男さんが必ず勝つ。このように、２手目に和男さんが何を選ぶかによって、令子さんが必ず勝ったり、和男さんが必ず勝ったりすることがある。

それでは、１手目に令子さんが「3」を選んだとき、和男さんが必ず勝つためには、２手目に和男さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答えよ。

（３） このゲームにおいて、令子さんが最初から適切に数字を選んでいけば、和男さんがどのように数字を選んでも、令子さんは必ず勝つことができる。令子さんが必ず勝つためには、１手目に令子さんは何を選べばよいか。選ぶ数字を１つ答えよ。

令和３年度　　　数　学

問題番号			解答例	配	点
1	(1)		-4	3	30
	(2)		$\sqrt{5}$	3	
	(3)		$y = 16$	3	
	(4)		$4x - y = 30$	3	
	(5)		$x = 3$、$y = -2$	3	
	(6)		$x = 2-\sqrt{5}$、$x = 2+\sqrt{5}$	3	
	(7)		$\angle x = 36$　〔°〕	3	
	(8)		3200	3	
	(9)			3	
	(10)			3	
2	問1	(1)	0.35	2	16
		(2)	3.4　〔冊〕	3	
		(3)	①、④	3	
	問2	(1)	(ア)　11	2	
		(2)	(イ)　c　　(カ)　$x+7$	3	
		(3)	(キ) $P = a+b+d+e$ $= (x-7)+(x-1)+(x+1)+(x+7)$ $= 4x$ x は整数だから、$4x$ は４の倍数である。 〔したがって、中央以外の４つの数の和は４の倍数になる。〕	3	

問題番号			解答例	配	点
3	問１		4	2	13
	問２		$y = x+2$	2	
	問３		$0 \leqq y \leqq 4$	3	
	問４		3	3	
	問５		$-\sqrt{2}$、$\sqrt{2}$	3	
4	問１		24π　〔cm^2〕	3	12
	問２		$\frac{16}{3}\pi$　〔cm^3〕	3	
	問３		$\frac{14}{3}\pi$　〔cm^3〕	3	
	問４		$\frac{413}{108}$　〔cm〕	3	
5	問１		④	2	15
	問２		△APS と △CRQ において ∠PAS = ∠RCQ = 90°（長方形の性質）…① PS = RQ（平行四辺形の性質）…② AP = CR（仮定）…③ ①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから △APS ≡ △CRQ	4	
	問３		$\frac{1}{4}$　〔cm〕	3	
	問４	(1)	12　〔cm〕	3	
		(2)	$63\sqrt{3}$　〔cm^2〕	3	
6	問１	(ア)	勝ち	1	14
		(イ)	負け	1	
		(ウ)	負け	1	
	問２		4	2	
	問３	(1)	〔選ぶ数字〕　6	1	
			〔理由〕残りのカードが５、７となり、和男さんがどちらを選んでも、令子さんが最後のカードをとることができるから。	2	
		(2)	2	3	
		(3)	1	3	