受検番号	第　　　　番

令和４年度学力検査問題

数　学〔学校選択問題〕 （10時35分〜11時25分〈50分間〉）

注　意

1　解答用紙について

(1)　解答用紙は１枚で，問題用紙にはさんであります。

(2)　係の先生の指示に従って，所定の欄２か所に受検番号を書きなさい。

(3)　答えはすべて解答用紙のきめられたところに，はっきりと書きなさい。

(4)　解答用紙は切りはなしてはいけません。

(5)　解答用紙の※印は集計のためのもので，解答には関係ありません。

2　問題用紙について

(1)　表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。

(2)　問題は全部で５問あり，表紙を除いて10ページです。

(3)　問題用紙の余白を利用して，計算したり，図をかいたりしてもかまいません。

3　解答について

(1)　答えに根号を含む場合は，根号をつけたままで答えなさい。

(2)　答えに円周率を含む場合は，πを用いて答えなさい。

○　印刷のはっきりしないところは，手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(43点)

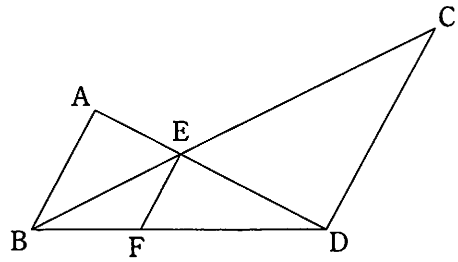
(1) $6xy^2 \div \left(-\frac{3}{5}xy\right) \div (-2x)^3$ を計算しなさい。(4点)

(2) $\sqrt{11}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a^2 - b^2 - 6b$ の値を求めなさい。(4点)

(3) 2次方程式 $2(x+3)^2 - 3(x+3) - 3 = 0$ を解きなさい。(4点)

(4) $\sqrt{\frac{540}{n}}$ の値が整数となるような自然数 n は，全部で何通りあるか求めなさい。(4点)

(5) 右の図で，AB，CD，EF は平行です。AB = 2 cm，CD = 3 cm のとき，EF の長さを求めなさい。（4 点）



(6) 次のア～エの中から，箱ひげ図について述べた文として誤っているものを一つ選び，その記号を書きなさい。（4 点）

ア　データの中に離れた値がある場合，四分位範囲はその影響を受けにくい。

イ　四分位範囲は第 3 四分位数から第 1 四分位数をひいた値である。

ウ　箱の中央は必ず平均値を表している。

エ　第 2 四分位数と中央値は必ず等しい。

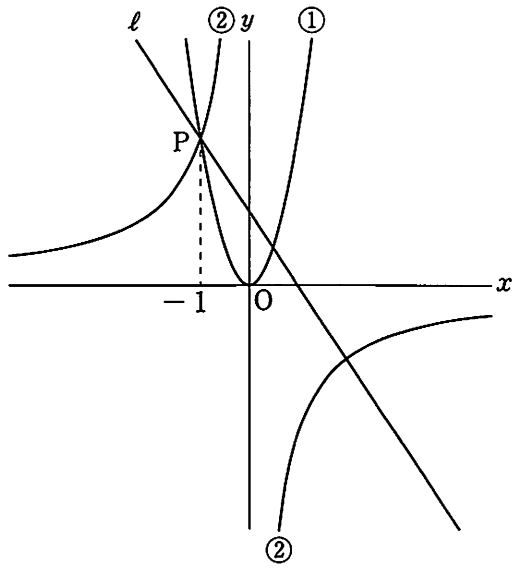
(7) ある養殖池にいる魚の総数を，次の方法で調査しました。このとき，この養殖池にいる魚の総数を推定し，小数第 1 位を四捨五入して求めなさい。（4 点）

【1】 網で捕獲すると魚が 22 匹とれ，その全部に印をつけてから養殖池にもどした。 【2】 数日後に網で捕獲すると魚が 23 匹とれ，その中に印のついた魚が 3 匹いた。

(8) A さんは，午後 1 時ちょうどに家を出発して 1500 m 離れた公園に向かいました。はじめは毎分 50 m の速さで歩いていましたが，途中から毎分 90 m の速さで走ったところ，午後 1 時 24 分ちょうどに公園に着きました。このとき，A さんが走り始めた時刻を求めなさい。（5 点）

(9) 右の図において，曲線①は関数　$y = ax^2$　のグラフで，曲線②は関数　$y = \dfrac{b}{x}$　のグラフ，直線 ℓ は一次関数　$y = cx + d$　のグラフです。

曲線①，②と直線 ℓ が，x 座標が -1 である点Ｐで右の図のように交わっているとき，a，b，c，d の大小関係を小さい順に不等号を使って表しなさい。（５点）



(10) ある店では同じ味のアイスクリームをＳ，Ｍ，Ｌの３種類のサイズで販売しており，価格は次の表のとおりです。これらのアイスクリームをすべて円柱とみなして考えると，Ｓサイズと Ｍサイズは相似な立体で，相似比は３：４です。また，Ｍサイズと Ｌサイズの底面の半径の比は４：５で，Ｌサイズの高さはＭサイズの２倍です。このとき，最も割安なサイズを求め，その理由を数や式を用いて説明しなさい。（５点）

サイズ	S	M	L
価格(円)	160	320	960

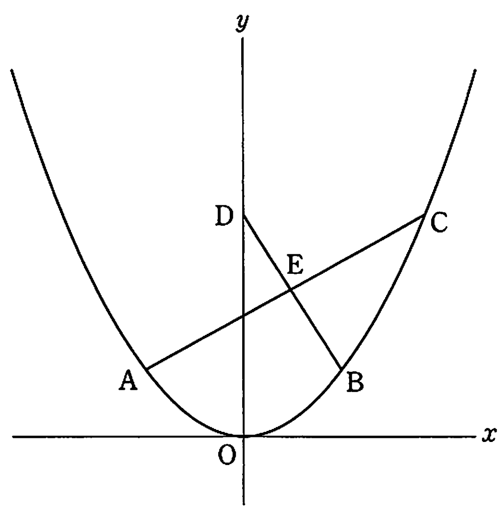
2 次の各問に答えなさい。(12点)

(1) 下の図の線分AB上に点Cをとるとき，AC：AB＝1：$\sqrt{2}$となる点Cをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。(6点)

(2) 右の図において，曲線は関数 $y = ax^2$ （$a > 0$）のグラフで，曲線上にx座標が-3，3である2点A，Bをとります。また，曲線上にx座標が3より大きい点Cをとり，Cとy座標が等しいy軸上の点をDとします。

線分ACと線分BDとの交点をEとすると，AE＝ECで，AC⊥BDとなりました。このとき，aの値を求めなさい。(6点)



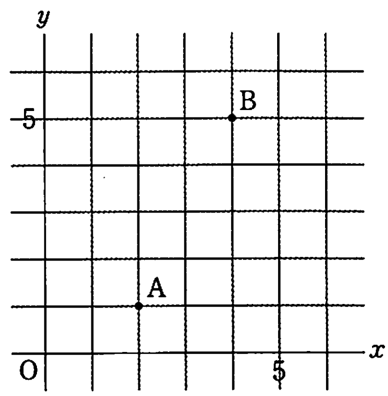
3 次の文と会話を読んで，あとの各問に答えなさい。(17 点)

先　生「次の設定を使って，確率の問題をつくってみましょう。」

設定

座標平面上に 2 点 A(2，1)，B(4，5)があります。1 から 6 までの目が出る 1 つのさいころを 2 回投げ，1 回目に出た目の数を s，2 回目に出た目の数を t とするとき，座標が $(s,\ t)$ である点を P とします。

ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



【H さんがつくった問題】

$\angle APB = 90°$ になる確率を求めなさい。

【E さんがつくった問題】

3 点 A，B，P を結んでできる図形が**三角形になる場合のうち**，△ABP の面積が 4 cm² 以上になる確率を求めなさい。

R さん「【H さんがつくった問題】について，$\angle APB = 90°$ になる点 P は何個かみつかるけど，これで全部なのかな。」

K さん「円の性質を利用すると，もれなくみつけることができそうだよ。」

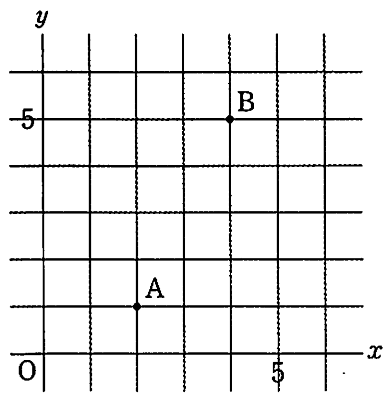
R さん「【E さんがつくった問題】は，【H さんがつくった問題】と違って，**三角形になる場合のうち**，としているから注意が必要だね。」

K さん「点 P の位置によっては，3 点 A，B，P を結んでできる図形が三角形にならないこともあるからね。」

R さん「点 P が直線 $\boxed{\text{ア}}$ 上にあるときは三角形にならないから，三角形になる場合は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 通りになるね。」

K さん「そのうち，△ABP の面積が 4 cm² 以上になる点 P の個数がわかれば，確率を求めることができそうだね。」

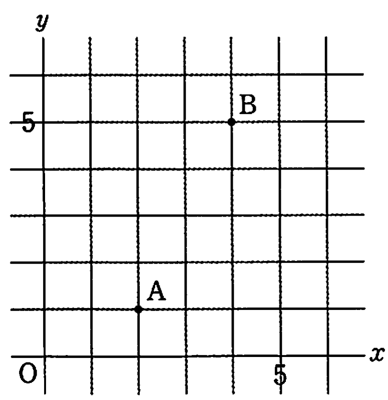
(1) 【Hさんがつくった問題】について，$\angle APB = 90^\circ$ になる確率を求めなさい。（5点）



(2) $\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる直線の式を求めなさい。また，$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を求めなさい。

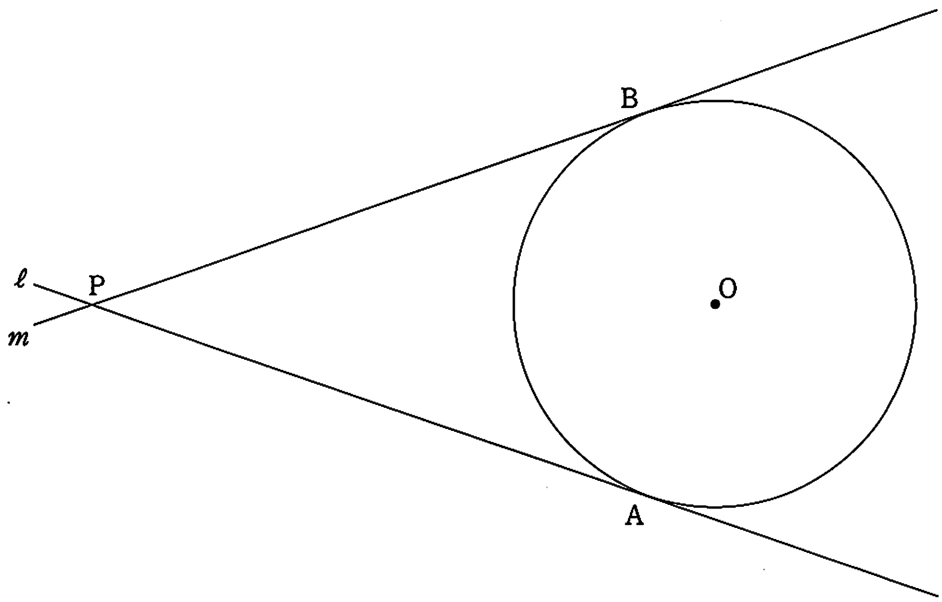
（6点）

(3) 【Eさんがつくった問題】について，$\triangle ABP$ の面積が $4\ \mathrm{cm}^2$ 以上になる確率を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。（6点）



4 下の図のように，点Oを中心とする円Oの円周上に2点A，Bをとり，A，Bを通る円Oの接線をそれぞれℓ，mとします。

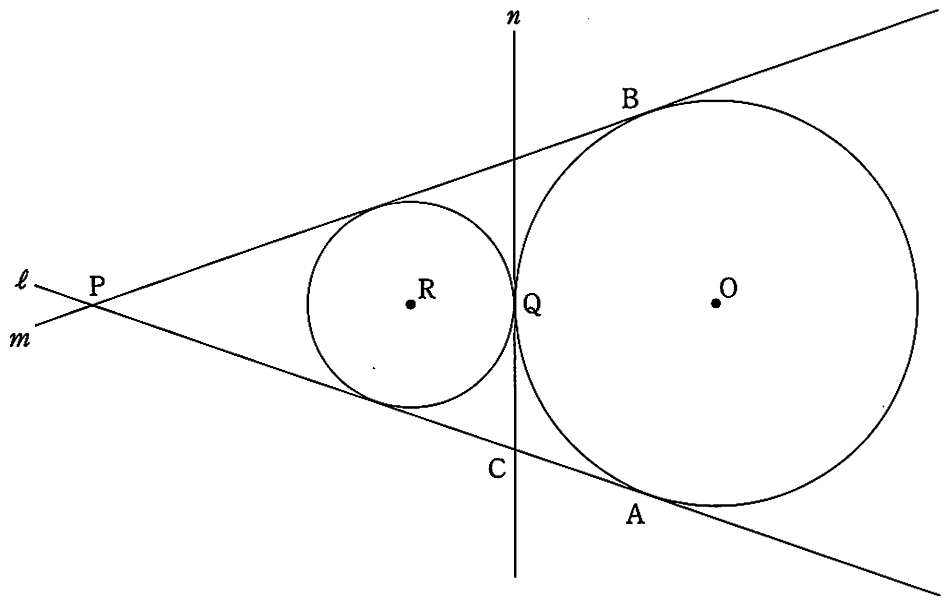
直線ℓとmとが点Pで交わるとき，次の各問に答えなさい。(11点)



(1) PA＝PBであることを証明しなさい。(6点)

(2) 下の図のように，直線ℓ，mに接し，円Oに点Qで接する円の中心をRとします。また，点Qを通る円Oと円Rの共通の接線をnとし，ℓとnとの交点をCとします。

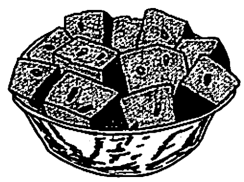
円Oの半径が5cm，円Rの半径が3cmであるとき，線分PCの長さを求めなさい。（5点）



5 次の文を読んで，あとの各問に答えなさい。(17 点)

Tさんは，カットされた状態で販売されているスイカを見たときに，そのひとつひとつは平面で切られた多面体であることに気づきました。

球から多面体を切り出したときの立体の体積について興味をもったTさんは，次のように考えました。



下の図1は中心O，半径 r cm の球を，Oを通る平面で切った半球で，切り口の円の円周上に $\angle AOB = 90°$ となるように2点A，Bをとります。また，$\angle AOC = \angle BOC = 90°$ となる半球の表面上の点をCとし，半球を点A，O，Cを通る平面と点B，O，Cを通る平面の2つの平面で切ります。

図2は，半球をこの2つの平面で切ったあとにできる立体のうち，点A，B，Cを含むもので，この立体をVとします。

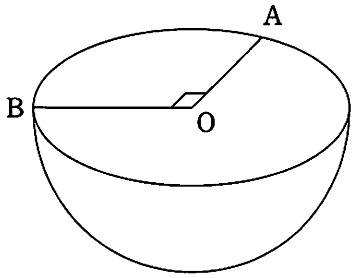


図1

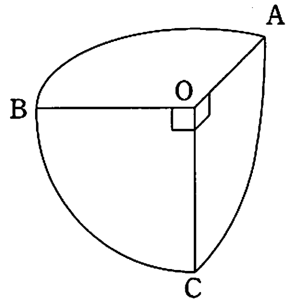


図2（立体V）

(1) 立体Vの体積を求めなさい。(4点)

(2) 図2において，おうぎ形OBCの $\overset{\frown}{BC}$ の長さを二等分する点Dを，図3のようにとります。このとき，5つの点A，B，C，D，Oを頂点とする四角錐の体積を，途中の説明も書いて求めなさい。(7点)

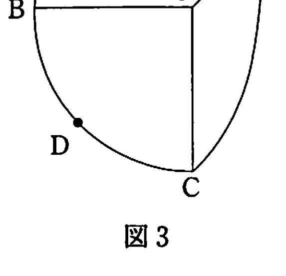


図3

(3) 図2において，おうぎ形OBCの$\overset{\frown}{BC}$上に∠COE = 30°となる点Eをとり，点Eと線分OAを通る平面で立体Vを切ると，点Cを含む立体は図4のようになりました。

図4のように，おうぎ形OACの$\overset{\frown}{AC}$を1：2に分ける点をF，おうぎ形OAEの$\overset{\frown}{AE}$を1：2に分ける点をGとするとき，6つの点A，C，E，F，G，Oを頂点とする五面体の体積を求めなさい。（6点）

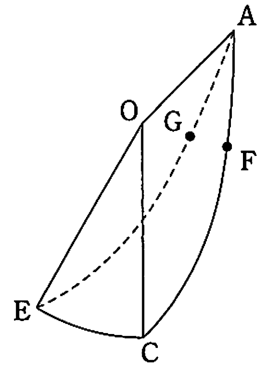


図4

（以上で問題は終わりです。）

数　学〔学校選択問題〕　　解 答 用 紙 (1)

1

(1) ＊	(2) ＊	(3) ＊
		$x=$
(4) ＊	**(5) ＊**	**(6) ＊**
通り	EF ＝ cm	
(7) ＊	**(8) ＊**	**(9) ＊**
およそ 匹	午後１時 分 秒	＜ ＜ ＜

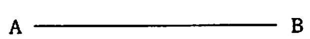
(10) ＊

（説明）

答え　　サイズ

2

(1) ＊



(2) ＊

$a=$

1，2の計

受検番号	第　　番

（切りはなしてはいけません。）

（ここには何も書いてはいけません。）

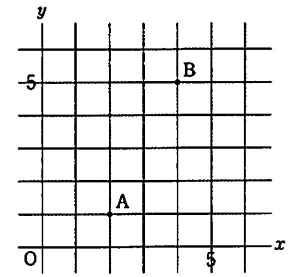
数　学〔学校選択問題〕　　解 答 用 紙 (2)

3

(1) ＊	(2) ＊
	ア $y=$　　イ

(3) ＊

（説明）



答え

4

(1) ＊	(2) ＊
（証明）	PC ＝ cm

5

(1) ＊

cm³

(2) ＊

（説明）

答え　　cm³

(3) ＊

cm³

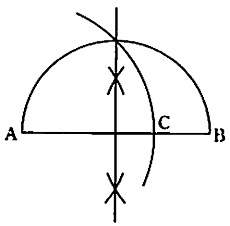
1，2の計

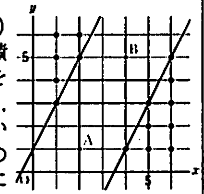
得　点		※

受検番号	第　　番

解答用紙

令 和 4 年 度　採 点 の 手 引　（数 学〔学校選択問題〕）

問題		正答	配点		採点上の注意
1	(1)	$\frac{5y}{4x^3}$	4	43	
	(2)	7	4		
	(3)	$x=\frac{-9\pm\sqrt{33}}{4}$	4		
	(4)	4　（ 通り ）	4		
	(5)	（EF＝）　$\frac{6}{5}$　（ cm ）	4		
	(6)	ウ	4		
	(7)	（およそ）　169　（ 匹 ）	4		
	(8)	午後1時　16　分　30　秒	5		
	(9)	$b<c<d<a$	5		
	(10)	（説明）（例） SとMの体積比は $3^3:4^3=27:64$ 価格の比は $160:320=1:2$ 価格が2倍なのに対して，体積は2倍より大きいので，Mの方が割安。 MとLの底面積の比は $4^2:5^2=16:25$，Lの高さはMの2倍なので，体積比は $16:50$ 価格の比は $320:960=1:3$ 価格が3倍なのに対して，体積は3倍より大きいので，Lの方が割安。 したがって，最も割安なのはLサイズ。 （答え）　L　（ サイズ ）	5		内容に応じて部分点を認める。
2	(1)	（例） 	6	12	内容に応じて部分点を認める。
	(2)	$a=\frac{\sqrt{3}}{9}$	6		

問題		正答	配点		採点上の注意
3	(1)	$\frac{1}{6}$	5	17	
	(2)	ア　$y=2x-3$　　イ　33	6		
	(3)	（説明）（例）  点Pが(2，5)，(4，1)のとき，△ABPの面積は4 cm²になる。ABを底辺としたときの高さを，ABに平行な直線をひいて考えると，図の15個の点で面積が4 cm²以上になることがわかる。 また，三角形になる場合は33通り。 したがって，求める確率は $\frac{5}{11}$ （答え）　$\frac{5}{11}$	6		図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
4	(1)	（証明）（例） △APOと△BPOにおいて， POは共通……………………① 円の半径なので，OA＝OB ………② A，Bは接点なので， ∠PAO＝∠PBO＝90° …………③ ①，②，③から，直角三角形で，斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので， △APO≡△BPO したがって，PA＝PB	6	11	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
	(2)	（PC＝）　$4\sqrt{15}$　（ cm ）	5		
5	(1)	$\frac{\pi}{6}r^3$　（ cm³ ）	4	17	
	(2)	（説明）（例） 底面がOBDC，高さがOAの四角錐と考えると，底面の面積は△BODの2倍。 △BODは∠BOD＝45°，BO＝DO＝r であり，点DからOBにひいた垂線の長さを h とすると， $h:\mathrm{DO}=1:\sqrt{2}$　$h=\frac{\sqrt{2}}{2}r$ したがって，四角錐の体積は， $\frac{1}{3}\times(2\times\triangle\mathrm{BOD})\times\mathrm{OA}$ $=\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{2}\times r\times\frac{\sqrt{2}}{2}r\times r=\frac{\sqrt{2}}{6}r^3$ （答え）　$\frac{\sqrt{2}}{6}r^3$　（ cm³ ）	7		内容に応じて部分点を認める。
	(3)	$\frac{1+3\sqrt{3}}{48}r^3$　（ cm³ ）	6		
配点合計			100		