

令和5年度 本検査 学力検査

数 学

問 題 用 紙

(注意事項)

- 1 始めの指示があるまでは、開いてはいけません。
- 2 答えは、全て解答用紙に書きなさい。
- 3 検査問題は、大問4題で、1ページから10ページまで印刷されています。
検査開始後に、印刷のはっきりしないところや、ページが抜けているところがあれば、手を挙げなさい。
- 4 解答用紙だけ提出し、問題用紙は持ち帰りなさい。

1 次の(1)~(7)の問いに答えなさい。

(1) 次の①~③の計算をしなさい。

① $6 \div (-2) - 4$

② $a + b + \frac{1}{4}(a - 8b)$

③ $(x - 2)^2 + 3(x - 1)$

(2) 次の①, ②の問いに答えなさい。

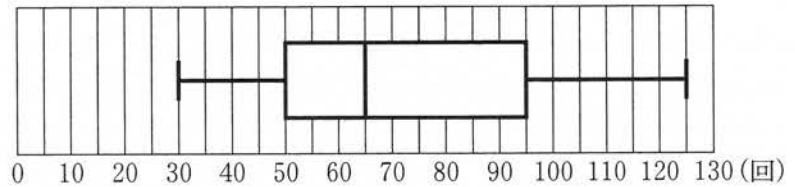
① $5x^2 - 5y^2$ を因数分解しなさい。

② $x = \sqrt{3} + 2$, $y = \sqrt{3} - 2$ のとき, $5x^2 - 5y^2$ の値を求めなさい。

- (3) 下の資料は、ある中学校の生徒 240 人のスポーツテストにおけるシャトルランの結果を表した度数分布表と箱ひげ図である。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

階級(回)	度数(人)
以上 未満	
30 ~ 50	59
50 ~ 70	79
70 ~ 90	37
90 ~ 110	40
110 ~ 130	25
計	240

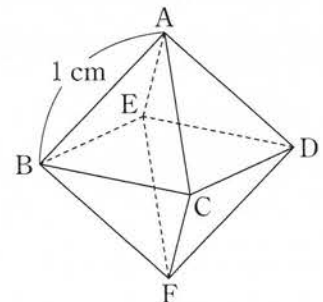


- ① 90 回以上 110 回未満の階級の相対度数を求めなさい。
ただし、小数第 3 位を四捨五入して、小数第 2 位まで求めること。
- ② 資料から読みとれることとして正しいものを、次のア～エのうちから 1 つ選び、符号で答えなさい。
- ア 範囲は 100 回である。
イ 70 回以上 90 回未満の階級の累積度数は 102 人である。
ウ 度数が最も少ない階級の階級値は 120 回である。
エ 第 3 四分位数は 50 回である。

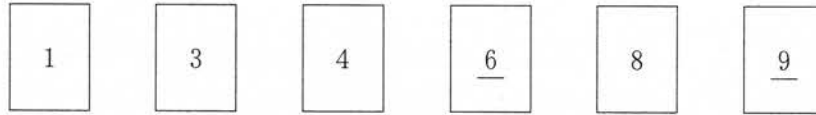
- (4) 下の図のように、点 A, B, C, D, E, F を頂点とする 1 辺の長さが 1 cm の正八面体がある。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

- ① 線分 BD の長さを求めなさい。
- ② 正八面体の体積を求めなさい。



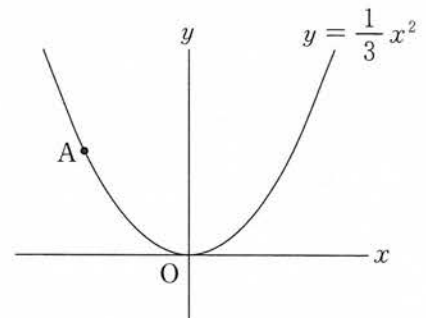
- (5) 下の図のように、1, 3, 4, 6, 8, 9の数字が1つずつ書かれた6枚のカードがある。この6枚のカードをよくきって、同時に2枚ひく。
 このとき、次の①、②の問いに答えなさい。
 ただし、どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。



- ① ひいた2枚のカードに書かれた数が、どちらも3の倍数である場合は何通りあるか求めなさい。
- ② ひいた2枚のカードに書かれた数の積が、3の倍数である確率を求めなさい。

- (6) 下の図のように、関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点Aがあり、点Aの x 座標は -3 である。
 このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

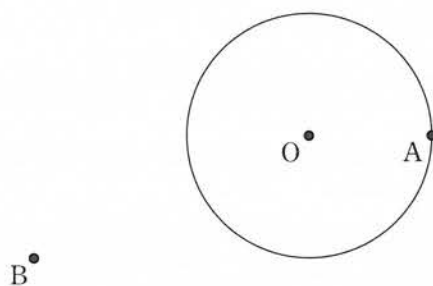
- ① 点Aの y 座標を求めなさい。



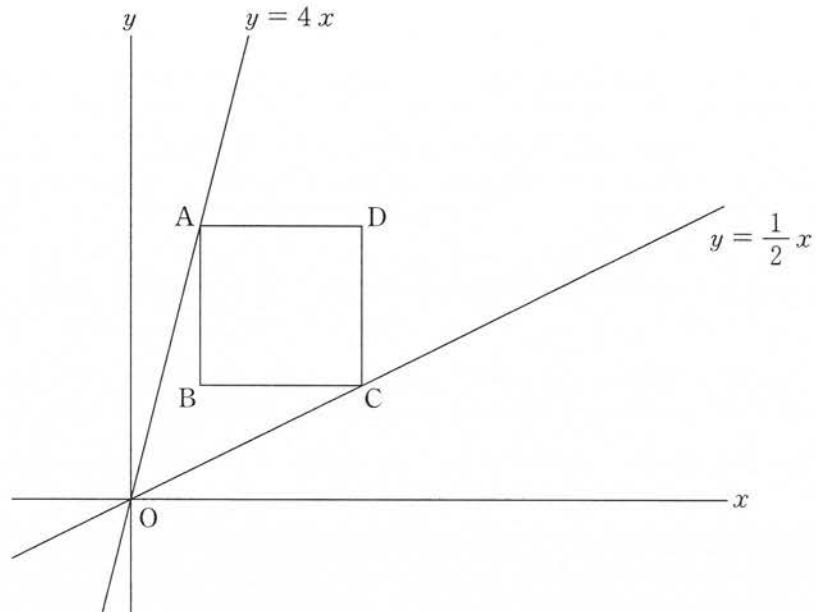
- ② 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq a$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 3$ となるような整数 a の値をすべて求めなさい。

- (7) 下の図のように、円Oの円周上に点Aがあり、円Oの外部に点Bがある。点Aを接点とする円Oの接線と、点Bから円Oにひいた2本の接線との交点P、Qを作図によって求めなさい。なお、 $AP > AQ$ であるとし、点Pと点Qの位置を示す文字PとQも書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



- 2 下の図のように、直線 $y = 4x$ 上の点 A と直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上の点 C を頂点にもつ正方形 ABCD がある。点 A と点 C の x 座標は正で、辺 AB が y 軸と平行であるとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

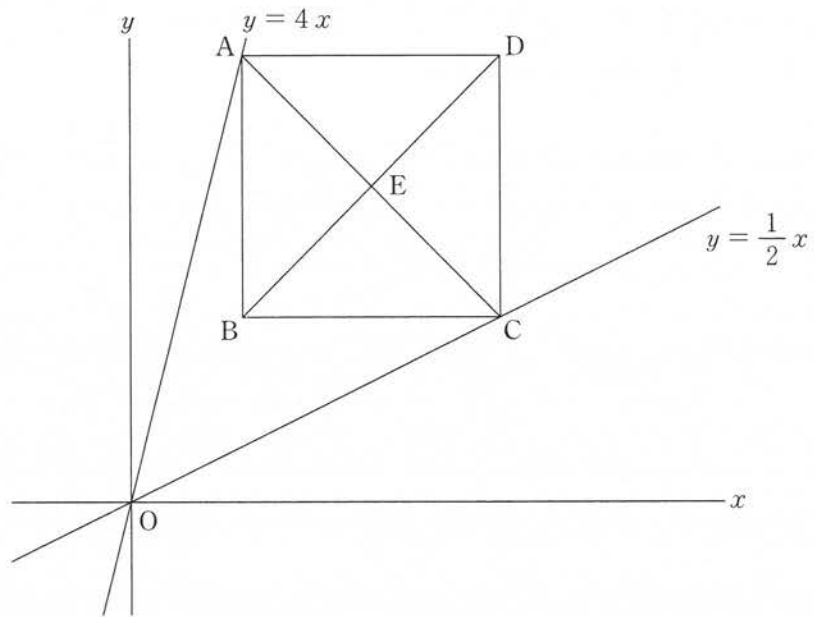


- (1) 点 A の y 座標が 8 であるとき、次の①, ②の問いに答えなさい。

① 点 A の x 座標を求めなさい。

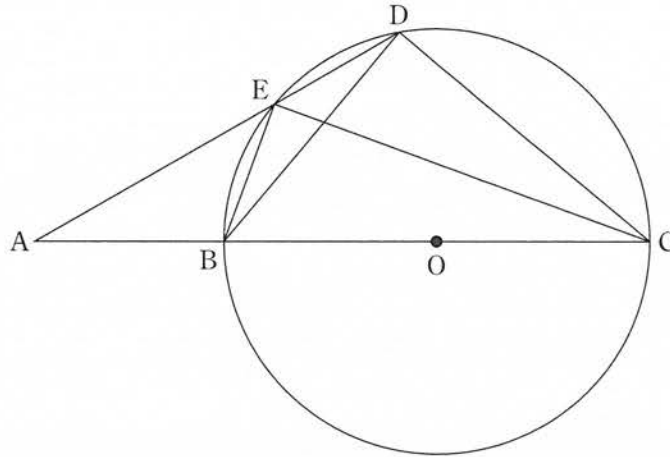
② 2 点 A, C を通る直線の式を求めなさい。

- (2) 正方形 ABCD の対角線 AC と対角線 BD の交点を E とする。点 E の x 座標が 13 であるとき、点 D の座標を求めなさい。



3 下の図のように、点Oを中心とする円Oとその外部の点Aがある。直線AOと円Oとの交点のうち、点Aに近い方を点B、もう一方を点Cとする。円Oの円周上に、2点B、Cと異なる点Dを、線分ADと円Oが点D以外の点でも交わるようにとり、その交点を点Eとする。また、点Bと点D、点Bと点E、点Cと点D、点Cと点Eをそれぞれ結ぶ。

このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



- (1) 次の , に入る最も適当なものを、**選択枝のア~エ**のうちからそれぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。また、 に入る最も適当な数を書きなさい。

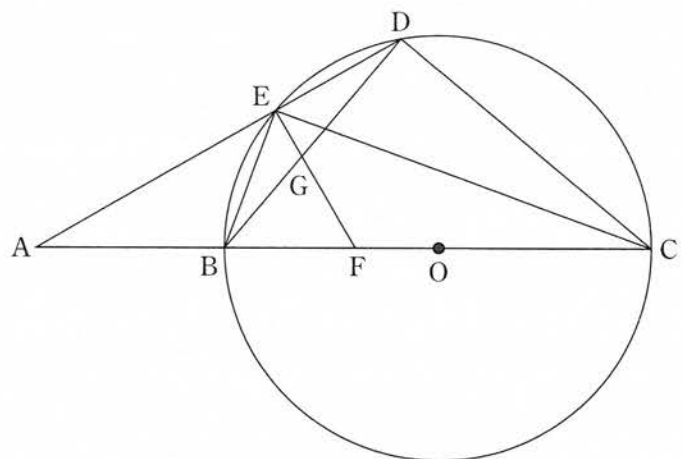
と は半円の弧に対する円周角だから、いずれも 度である。

選択枝
ア $\angle EBC$ **イ** $\angle BEC$ **ウ** $\angle DCB$ **エ** $\angle BDC$

(2) $\triangle ABE$ の $\triangle ADC$ となることを証明しなさい。

ただし、(1)の のことがらについては、用いてもかまわないものとする。

(3) 点 E を通る線分 AD の垂線と線分 AC との交点を点 F とし、線分 EF と線分 BD の交点を点 G とする。EG = 1 cm, GF = 2 cm, $\angle A = 30^\circ$ であるとき、線分 AB の長さを求めなさい。



4 2人でじゃんけんをして、次のルールにしたがって点数を競うゲームがある。このゲームについて、下の会話文を読み、あとの(1)、(2)の問いに答えなさい。

ルール

- ・じゃんけんを1回するごとに、勝った人は出した手に応じて加点され、負けた人は出した手に応じて減点される。
- ・グーで勝つと1点、チョキで勝つと2点、パーで勝つと5点が加点される。
- ・グーで負けると1点、チョキで負けると2点、パーで負けると5点が減点される。
- ・あいこの場合は1回と数えない。
- ・最初の持ち点は、どちらも0点とする。

会話文

生徒X：例えば、AさんとBさんが1回じゃんけんをして、Aさんがチョキ、Bさんがパーを出したとき、それぞれの持ち点は、Aさんが2点、Bさんが-5点になるということでしょうか。

教師T：そうですね。では、AさんとBさんが3回じゃんけんをして、次のような手を出した結果、Aさんの持ち点は何点になるでしょうか。

1回目		2回目		3回目	
Aさん	Bさん	Aさん	Bさん	Aさん	Bさん
					
グー	パー	チョキ	パー	グー	チョキ

生徒X： 点です。

教師T：そのとおりです。それでは、2人がどのような手を出したのかがわからない場合を考えてみましょう。

AさんとBさんが3回じゃんけんをして、Aさんが2回勝ち、Bさんが1回勝った結果、Aさんの持ち点が9点だったとき、Bさんの持ち点を求めてみましょう。

生徒X：まず、Aさんが勝った2回の加点の合計を考えます。例えば、2回ともグーで勝った場合は加点の合計が2点となり、グーとチョキで勝った場合は加点の合計が3点となります。このように考えていくと、勝った2回の加点の合計は全部で 通り考えることができます。

このうち、Aさんが負けた1回の減点を考えた上で、3回じゃんけんをした結果、Aさんの持ち点が9点となりうる場合は1通りのみです。このことから、3回じゃんけんをした結果、Bさんの持ち点が 点となることがわかります。

教師T：そうですね。じゃんけんの回数が少な

ければ、1つずつ考えることができますね。

では、回数が多くなった場合について考えてみましょう。

右の表は、じゃんけんを1回だけしたときのAさんとBさんの手の出し方と、持ち点をまとめたものです。この表を見て気がつくことはありますか。

表

手の出し方		持ち点		
A	B	A	B	合計
グー	グー	あいこ		
	チョキ	1	-2	-1
	パー	-1	5	4
チョキ	グー	-2	1	-1
	チョキ	あいこ		
	パー	2	-5	-3
パー	グー	5	-1	4
	チョキ	-5	2	-3
	パー	あいこ		

生徒X：2人の手の出し方は3通りずつありますが、あいこの場合は1回と数えないため、2人の手の出し方の組み合わせは、全部で6通り考えればよいということになります。

また、じゃんけんを1回だけした結果、AさんとBさんの持ち点の合計は、どちらかがグーで勝った場合は-1点、どちらかがチョキで勝った場合は-3点、どちらかがパーで勝った場合は4点となっています。

教師T：そうですね。2人の持ち点の合計で考えると、3通りになりますね。

では、AさんとBさんが10回じゃんけんをしたとき、どちらかがグーで勝った回数を a 回、どちらかがチョキで勝った回数を b 回、どちらかがパーで勝った回数を c 回とすると、 c は a と b を使ってどのように表すことができるでしょうか。また、10回じゃんけんをした結果の、2人の持ち点の合計を M 点としたとき、 M を a と b を使って表すとどのようになりますか。

生徒X： $c = \square (d)$ ， $M = \square (e)$ と表すことができます。

教師T：そのとおりです。2人の持ち点の合計について、この式を用いると、 a と b と c の組み合わせがどのようになるのかが考えやすくなりますね。

(1) 会話文中の(a)~(e)について、次の①、②の問いに答えなさい。

① (a), (b), (c)にあてはまる数を、それぞれ書きなさい。

② (d), (e)にあてはまる式を、それぞれ書きなさい。

ただし、(e)については c を使わずに表すこと。

(2) 2人の持ち点の合計が0点となるときの a , b , c の組み合わせをすべて求めなさい。

ただし、答えを求める過程がわかるように、式やことばを使って説明しなさい。

問題番号	正			解			配点及び注意	計		
1	(1)	①	-7	②	$\frac{5}{4}a - b$	③	$x^2 - x + 1$	各5	(1)② $\frac{5a-4b}{4}$ でもよい。 (6)② 完答で点を与える。 (7) 異なる作図の方法でも、正しければ、6点を与える。 また、部分点を与えるときは、3点とする。	51
	(2)	①	$5(x+y)(x-y)$	②	$40\sqrt{3}$			各3		
	(3)	①	0.17	②	ウ			各3		
	(4)	①	$\sqrt{2}$ (cm)	②	$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (cm ³)			各3		
	(5)	①	3 (通り)	②	$\frac{4}{5}$			各3		
	(6)	①	3	②	$a = 0, 1, 2, 3$			各3		
2	(1)	①	2	②	$y = -x + 10$			各5	15	
	(2)		(20, 24)							

問題番号	正			解			配点及び注意	計
3	(1)	(a) イ	(b) エ	(c) 90 (度)	5	(1) 完答で点を与える。(a), (b)は順不同。 (2) 異なる証明でも、正しければ、6点を与える。 また、部分点を与えるときは、3点とする。 異なる証明の例(点線内) $\angle AEB = 180^\circ - (\angle DEC + 90^\circ) = 90^\circ - \angle DEC \dots\dots ②$ $\triangle BCD$ において、内角の和が 180° だから、 $\angle ACD = 180^\circ - (\angle DBC + 90^\circ) = 90^\circ - \angle DBC \dots\dots ③$ ここで、 $\angle DEC$ と $\angle DBC$ は DC に対する円周角だから、 $\angle DEC = \angle DBC \dots\dots ④$ ②、③、④より、 $\angle AEB = \angle ACD \dots\dots ⑤$		16
	(2)	$\triangle ABE$ と $\triangle ADC$ において、共通な角だから、 $\angle BAE = \angle DAC \dots\dots ①$ $\triangle BEC$ において、1つの外角はそのとなりにない2つの内角の和に等しいので、 $\angle ABE = \angle ECB + \angle BEC = \angle ECB + 90^\circ \dots\dots ②$ また、 $\angle ADC = \angle EDB + \angle BDC = \angle EDB + 90^\circ \dots\dots ③$ ここで、 $\angle ECB$ と $\angle EDB$ は \widehat{BE} に対する円周角だから、 $\angle ECB = \angle EDB \dots\dots ④$ ②、③、④より、 $\angle ABE = \angle ADC \dots\dots ⑤$			6			
	(3)	$6 - \sqrt{6}$ (cm)			5			
4	(1)	① (a) 2 (点)	(b) 6 (通り)	(c) 3 (点)	各2	(1)②(d) $c = 10 - (a + b)$ でもよい。 (2) 異なる説明でも、正しければ、4点を与える。 また、部分点を与えるときは、2点とする。		18
	(2)	② (d) $c = 10 - a - b$	(e) $M = -5a - 7b + 40$	各4				
					4			
合					計		100	