令 和 5 年 度

$\boxed{\text{II}}$ 数　　学

（10 時 10 分 ～ 11 時 00 分）

注　　意

- ○ 問題用紙は３枚（３ページ）あります。
- ○ 解答用紙は**この用紙の裏面**です。
- ○ 答えはすべて，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- ○ 解答用紙の ▒▒ の欄には記入してはいけません。

注　意
1　答えに $\sqrt{}$ が含まれるときは，$\sqrt{}$ をつけたままで答えなさい。 ただし，$\sqrt{}$ の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。 2　円周率は π を用いなさい。

1　次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　次の計算をしなさい。

①　$(-21)\div 7$

②　$-\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{6}$

③　$(-3a)\times(-2b)^3$

④　$\sqrt{8}-\sqrt{18}$

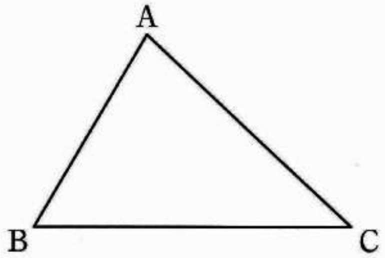
（2）　ある球の半径を2倍にすると，体積はもとの球の体積の何倍になるか，求めなさい。

2　次の（1）～（5）の問いに答えなさい。

（1）　桃の果汁が31％の割合で含まれている飲み物がある。この飲み物 a mL に含まれている桃の果汁の量は何 mL か，a を使った式で表しなさい。

（2）　等式 $3x+2y-4=0$ を y について解きなさい。

（3）　右の図のような，△ABC がある。
　辺 AC 上にあって，辺 AB，BC までの距離が等しい点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，P の位置を示す文字 P も書きなさい。
　ただし，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



（4）　関数 $y=x^2$ について，x の値が1から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

（5）　**図1**は，ある学級の生徒30人について，先月の図書館の利用回数を調べ，その分布のようすをヒストグラムに表したものである。例えば，利用回数が2回以上4回未満の生徒は3人であることがわかる。また，**図2**の**ア**～**エ**のいずれかは，この利用回数の分布のようすを箱ひげ図に表したものである。その箱ひげ図を**ア**～**エ**の中から1つ選び，記号で答えなさい。

図1

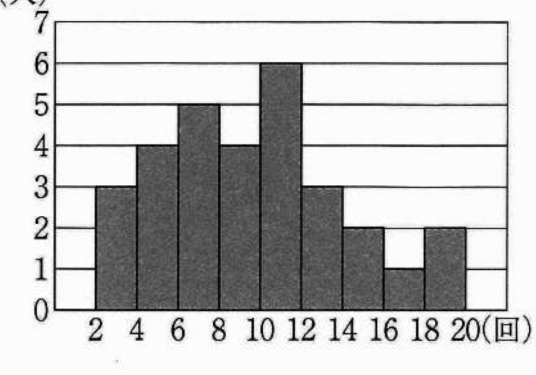
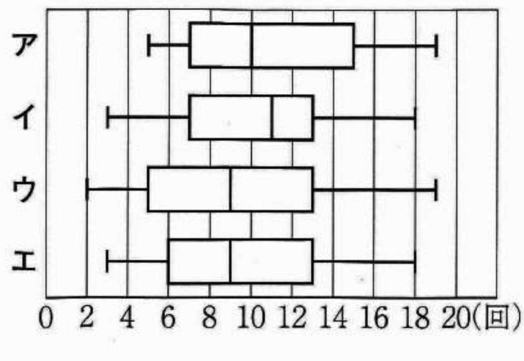
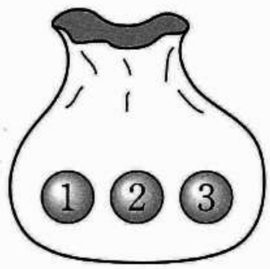


図2



3 次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　右の図のように，袋の中に1，2，3の数字が1つずつ書かれた3個の玉が入っている。A，Bの2人が，この袋の中から，**＜取り出し方のルール＞**の（ア），（イ）のいずれかにしたがって，1個ずつ玉を取り出し，書かれた数が大きいほうの玉を取り出した人が景品をもらえるゲームを考える。書かれた数が等しい場合には2人とも景品はもらえない。ただし，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。



＜取り出し方のルール＞

（ア）　はじめにAが玉を取り出す。次に，その取り出した玉を袋の中にもどし，よくかき混ぜてからBが玉を取り出す。

（イ）　はじめにAが玉を取り出す。次に，その取り出した玉を袋の中にもどさず，続けてBが玉を取り出す。

①　ルール（ア）にしたがったとき，Aが景品を**もらえる**確率を求めなさい。

②　Aが景品を**もらえない**確率が大きいのは，ルール（ア），（イ）のどちらのルールにしたがったときか。ア，イの記号で答え，その確率も書きなさい。

（2）　**図1**のように，整数を1から順に1段に7つずつ並べたものを考え，縦，横に2つずつ並んでいる4つの整数を四角形で囲む。ただし，○は整数を省略したものであり，囲んだ位置は例である。

このとき，囲んだ4つの整数を

a	b
c	d

とすると，$ad-bc$ はつねに同じ値になる。

図1

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

①　$ad-bc$ の値を求めなさい。

②　**図2**のように，1段に並べる整数の個数を n に変えたものを考える。ただし，n は2以上の整数とする。

このとき，$ad-bc$ はつねに n を使って表された同じ式になる。その式を解答用紙の（　　　）の中に書きなさい。また，それがつねに成り立つ理由を説明しなさい。

図2

1	○	○	○	…	n
○	○	○	○	…	○
○	○	○	○	…	○
○	○	○	○	…	○
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

4　ある中学校で地域の清掃活動を行うために，生徒 200 人が 4 人 1 組または 5 人 1 組のグループに分かれた。ごみ袋を配るとき，1 人 1 枚ずつに加え，グループごとの予備として 4 人のグループには 2 枚ずつ，5 人のグループには 3 枚ずつ配ったところ，配ったごみ袋は全部で 314 枚であった。

このとき，4 人のグループの数と 5 人のグループの数をそれぞれ求めなさい。

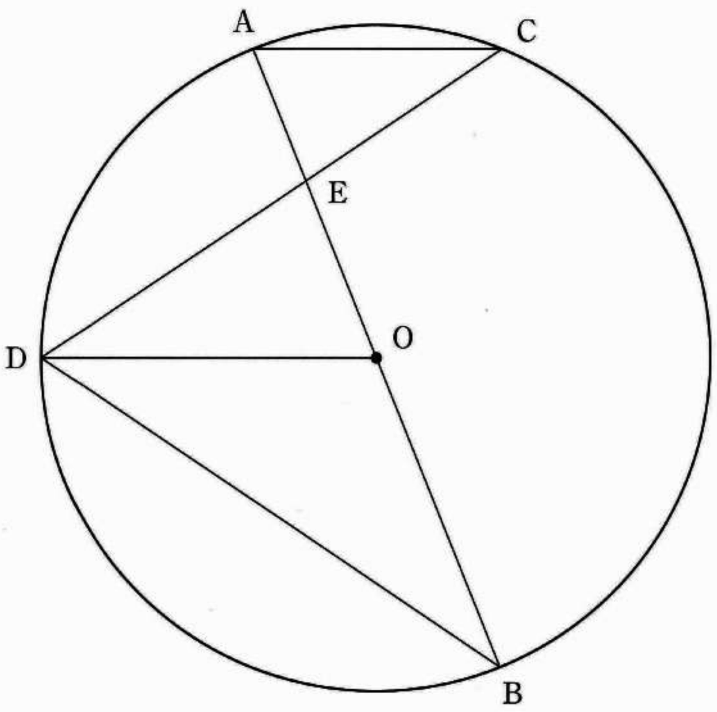
求める過程も書きなさい。

5 下の図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，直線ABに対して反対側にある2点C，DをAC∥DOとなるようにとる。また，線分ABと線分CDとの交点をEとする。

このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1） △EDO∽△EBDとなることを証明しなさい。

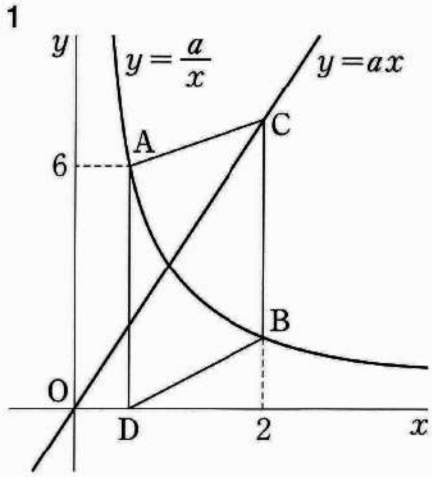
（2） AC：DO＝7：9であるとき，△EDOと△EBDの相似比を求めなさい。



6　**図1**のように，反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ $(x>0)$ のグラフ上に2点A，Bがあり，Aの y 座標は6，Bの x 座標は2である。また，比例 $y=ax$ のグラフ上に点C，x 軸上に点Dがあり，AとDの x 座標，BとCの x 座標はそれぞれ等しい。ただし，$0<a<12$ とする。

次の［会話］は，花子さんと太郎さんが四角形ADBCについて考察し，話し合った内容である。

図1



［会話］

花子さん：a の値を1つとると，2つのグラフが定まり，4つの辺と面積も定まるね。点Aの座標は，反比例の関係 $xy=a$ から求めることができそうだよ。

太郎さん：例えば，$a=1$ のときの四角形について調べてみようか。

・・・・・・・・・・・・・

太郎さん：形を見ると，いつでも台形だね。平行四辺形になるときはあるのかな？

花子さん：私は，面積についても調べてみたよ。そうしたら，<u>$a=1$ のときと面積が等しくなる四角形が他にもう1つある</u>ことがわかったよ。

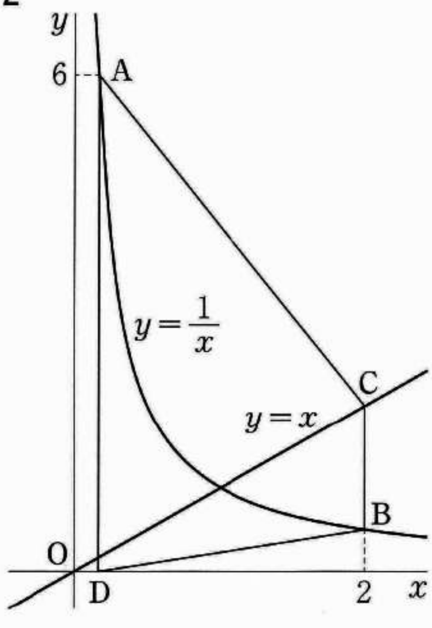
このとき，次の（1）～（3）の問いに答えなさい。

（1）　**図2**は，**図1**において，$a=1$ とした場合を表している。このとき，線分BCの長さを求めなさい。

（2）　四角形ADBCが平行四辺形になるときの a の値を求めなさい。

（3）　［会話］の下線部について，四角形ADBCの面積が $a=1$ のときの面積と等しくなるような a の値を，$a=1$ の他に求めなさい。

図2



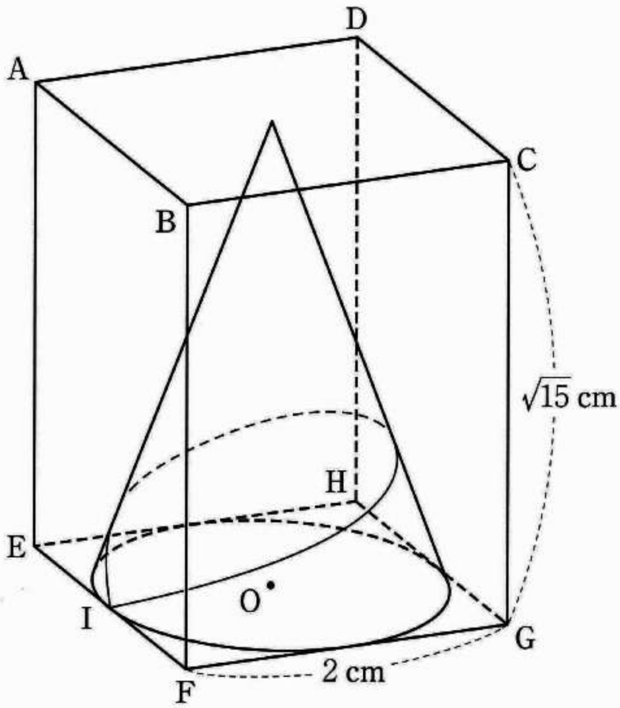
7　下の図のように，底面が１辺２cm の正方形で，高さが$\sqrt{15}$ cm の正四角柱と，正方形EFGH のすべての辺に接する円Oを底面とする円錐（すい）があり，それらの高さは等しい。また，線分EF と円Oとの接点Ｉから円錐の側面にそって１周してＩにもどるひもが，最も短くなるようにかけられている。ただし，円錐において，頂点と点Oを結ぶ線分は底面に垂直である。

このとき，次の（１）～（３）の問いに答えなさい。

（１）　円錐の母線の長さを求めなさい。

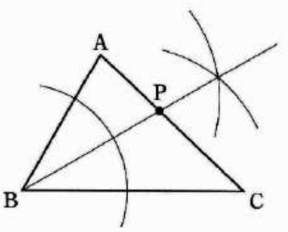
（２）　ひもの長さを求めなさい。ただし，ひもの太さや伸び縮みは考えないものとする。

（３）　ひもの通る線上に点Ｐをとる。Ｐを頂点とし，四角形ABCDを底面とする四角錐の体積が最も小さくなるとき，その体積を求めなさい。



5 数 学

50点満点

問題 大	問題 小		正解	標準配点	備考
1	(1)	①	-3	2	
		②	$\frac{1}{12}$	2	
		③	$24ab^3$	2	
		④	$-\sqrt{2}$	2	
	(2)		8 倍	2	
2	(1)		$\frac{31}{100}a$ mL	2	
	(2)		$y=-\frac{3}{2}x+2$	2	
	(3)		[作図の例]  	2	
	(4)		5	2	
	(5)		エ	2	
3	(1)	①	$\frac{1}{3}$	2	
		②	ルール ア ，確率 $\frac{2}{3}$	2	
	(2)	①	-7	1	
		②	($-n$) [理由の例] b, c, d は，a と n を使ってそれぞれ $b=a+1$ $c=a+n$ $d=a+n+1$ と表される。 このとき $ad-bc$ $=a(a+n+1)-(a+1)(a+n)$ $=a^2+an+a-(a^2+an+a+n)$ $=a^2+an+a-a^2-an-a-n$ $=-n$ したがって，$ad-bc$ はつねに $-n$ になる。	3	

問題 大	問題 小	正解	標準配点	備考
4		[求める過程の例] 4人のグループの数を x，5人のグループの数を y とすると，生徒は200人であるから $4x+5y=200$ ……① ごみ袋を配るとき，1人1枚ずつに加え，グループごとの予備として4人のグループには2枚ずつ，5人のグループには3枚ずつ配ったところ，配ったごみ袋は全部で314枚であるから $200+2x+3y=314$ これを整理して $2x+3y=114$ ……② ①，②を連立方程式として解いて $x=15$，$y=28$ これらは問題に適している。 答 4人のグループの数 15 5人のグループの数 28	5	
5	(1)	[証明の例1] △EDOと△EBDにおいて 共通な角は等しいから ∠DEO＝∠BED ……① AC∥DOより，平行線の錯角は等しいから ∠EDO＝∠ACD ……② $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ に対する円周角は等しいから ∠ACD＝∠EBD ……③ ②，③から ∠EDO＝∠EBD ……④ ①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから △EDO∽△EBD [証明の例2] △EDOと△EBDにおいて AC∥DOより，平行線の錯角は等しいから ∠EDO＝∠ACD ……① $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ に対する円周角は等しいから ∠ACD＝∠EBD ……② ①，②から ∠EDO＝∠EBD ……③ △ODBで，三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいから ∠EOD＝∠ODB＋∠EBD ……④ また ∠EDB＝∠ODB＋∠EDO ……⑤ ③，④，⑤から ∠EOD＝∠EDB ……⑥ ③，⑥より，2組の角がそれぞれ等しいから △EDO∽△EBD	3	
	(2)	3：5	2	
6	(1)	$\frac{3}{2}$	1	
	(2)	$a=4$	2	
	(3)	$a=7$	3	
7	(1)	4 cm	1	
	(2)	$4\sqrt{2}$ cm	2	
	(3)	$\frac{2\sqrt{30}}{3}$ cm^3	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。