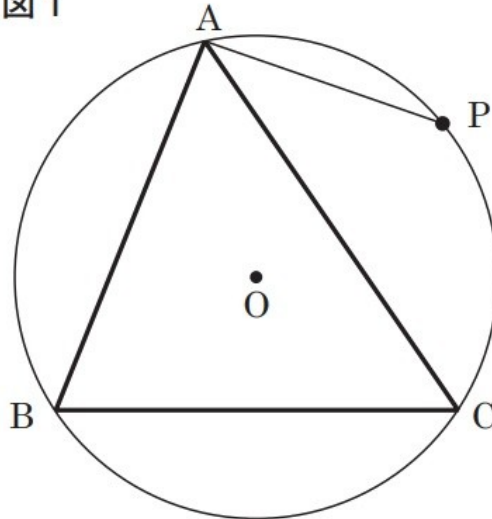


2023年度 都立国立高校【数学】大問3

下の図1で、点Oは、 $\angle ABC < 90^\circ$ 、 $\angle ACB < 90^\circ$ である $\triangle ABC$ の3つの頂点を通る円の中心である。円Oの周上にあり、頂点A、頂点B、頂点Cのいずれにも一致しない点をPとし、頂点Aと点Pを結ぶ。次の各問に答えよ。

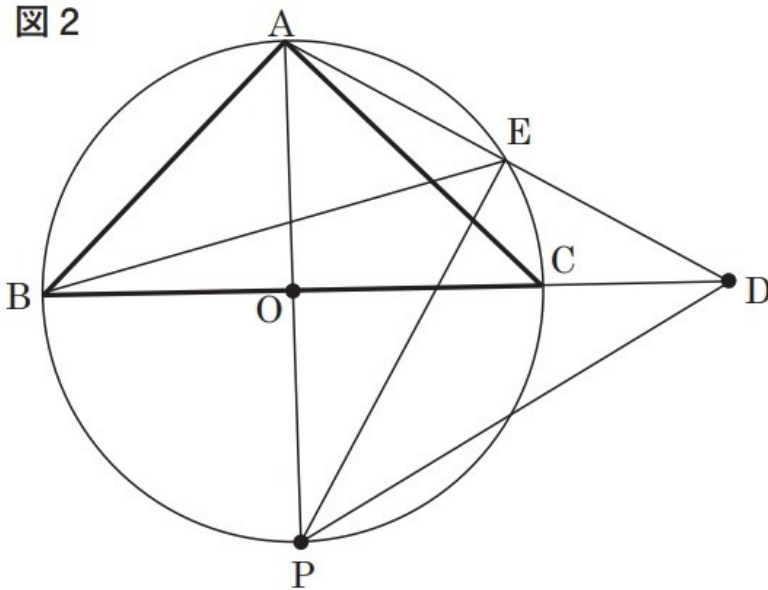
図1



問1

下の図2は、図1において、辺BCと線分APがともに点Oを通るとき、辺BCをCの方向に延ばした直線上にある点をDとし、頂点Aと点Dを結び、線分ADと円Oとの交点をEとし、点Bと点E、点Eと点P、点Pと点Dをそれぞれ結び、 $AE = DE$ の場合を表している。 $\angle EPD = 30^\circ$ のとき、 $\angle DBE$ の大きさは何度か。

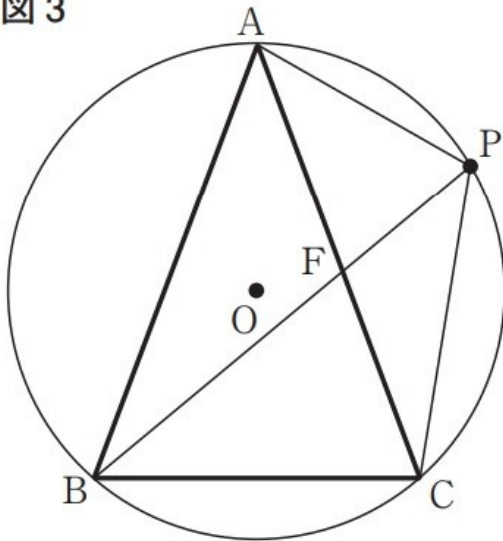
図2



問2

下の図3は、図1において、点Pが頂点Bを含まない弧AC上にあり、 $AB = AC$ のとき、頂点Bと点P、頂点Cと点Pをそれぞれ結び、辺ACと線分BPとの交点をFとした場合を表している。 $CP = CB$ となるときの、 $\triangle AFP$ は二等辺三角形であることを証明せよ。

図3



問3

下の図4は、図1において、線分APが点Oを通るとき、頂点Aから辺BCに垂線を引き、辺BCとの交点をH、線分APと辺BCとの交点をGとした場合を表している。 $AP = 20$ cm、 $AB = 12$ cm、 $BH = GH$ のとき、 $CG : CA$ を最も簡単な整数の比で表せ。また、辺ACの長さは何cmか。

図4

