

受検番号	番
------	---

# 令和5年度学力検査問題

## 数 学

### 注 意

- 1 「始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 解答用紙は中にはさんであります。
- 3 「始め」の合図があったら、まず、受検番号を問題冊子および解答用紙の受検番号欄に記入しなさい。
- 4 問題は **1** ~ **6** で、1 ページから 6 ページまであります。
- 5 答えは、すべて解答用紙に記入しなさい。  
答えは、特別に指示がない場合は最も簡単な形にしなさい。なお、計算の結果に $\sqrt{\quad}$  または  $\pi$  をふくむときは、近似値に直さないでそのまま答えなさい。
- 6 「やめ」の合図で、鉛筆を置きなさい。
- 7 検査終了後は、解答用紙を机の上に置いたまま退出しなさい。

1 次の (1)~(10) に答えなさい。

(1)  $3 + 2 \times (-3)^2$  を計算せよ。

(2)  $2(x + 3y) - (x - 2y)$  を計算せよ。

(3)  $\frac{\sqrt{2} + 1}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$  を計算せよ。

(4)  $x^2 + 5x - 6$  を因数分解せよ。

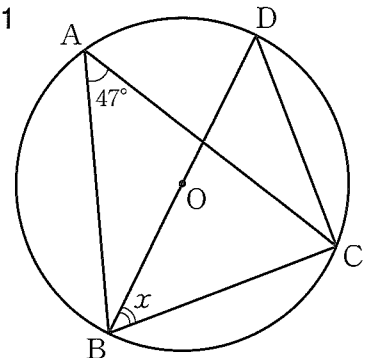
(5) 2次方程式  $2x^2 + 3x - 4 = 0$  を解け。

(6) 1次関数  $y = -2x + 1$  について、 $x$ の変域が  $-1 \leq x \leq 2$  のとき、 $y$ の変域を求めよ。

(7)  $2023 = 7 \times 17 \times 17$  である。2023 を割り切ることができる自然数の中で、2023 の次に大きな自然数を求めよ。

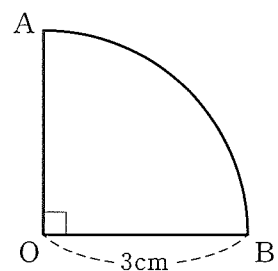
(8) 図1のように、円Oの周上に4つの点A、B、C、Dがあり、線分BDは円Oの直径である。 $\angle BAC = 47^\circ$  のとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

図1



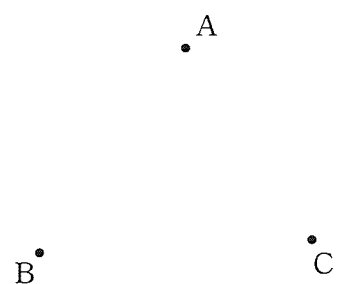
(9) 図2のような半径が3 cm、中心角が $90^\circ$ のおうぎ形OABを、線分OAを軸として1回転させてできる立体の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

図2



(10) 図3のように、3点A、B、Cがある。3点A、B、Cを通る円の中心Oを定規とコンパスを用いて解答用紙の図3に作図して求め、その位置を点●で示せ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図3



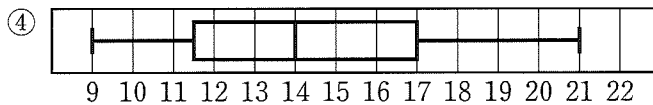
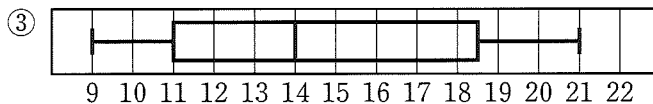
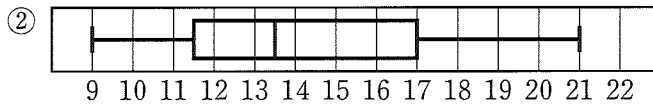
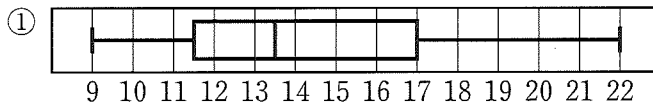
2

次の問いに答えなさい。

問1 次のデータは、ある書店における月刊誌 A の 12 か月間の月ごとの販売冊数を少ない順に並べたものである。このデータについて、次の (1)～(3) に答えよ。

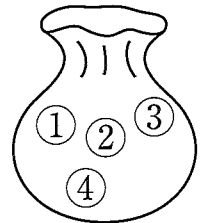
9, 10, 11, 12, 13, 14, 14, 16, 17, 17, 20, 21 (単位は冊)

- (1) 中央値 (メジアン) を求めよ。  
 (2) 次の①～④の文の中から正しいものを1つ選び、その番号を書け。  
 ① 第1四分位数は、11冊である。  
 ② 最頻値 (モード) は、21冊である。  
 ③ 四分位範囲は、5.5冊である。  
 ④ 平均値は、14冊である。  
 (3) このデータの箱ひげ図として正しいものを、次の①～④の中から1つ選び、その番号を書け。



問2 右の図のように、袋に1から4までの数字が1つずつ書かれた同じ大きさの球が4個入っている。この袋の中の球をよくかきまぜて、球を1個ずつ何回か取り出す。ただし、一度取り出した球は袋にもどさないものとする。このとき、次の (1)～(3) に答えよ。

図



- (1) 1回取り出すとき、4の数字が書かれている球を取り出す確率を求めよ。  
 (2) 2回続けて取り出すとき、2回目に4の数字が書かれている球を取り出す確率を求めよ。  
 (3) 3回続けて取り出した後、次のルールにしたがって得点を定めるとき、得点が4点となる確率を求めよ。

ルール

- ・ 2回目に取り出した球に書かれている数が1回目に取り出した球に書かれている数より大きければ、2回目に取り出した球に書かれている数を得点とする。
- ・ 2回目に取り出した球に書かれている数が1回目に取り出した球に書かれている数より小さければ、3回目に取り出した球に書かれている数を得点とする。

例えば、1回目に1、2回目に2、3回目に3の数字が書かれている球を取り出したとき、得点は2点となり、1回目に4、2回目に3、3回目に1の数字が書かれている球を取り出したとき、得点は1点となる。

問3 2つの続いた偶数4、6について、 $4 \times 6 + 1$  を計算すると25になり、5の2乗となる。このように、「2つの続いた偶数の積に1を加えると、その2つの偶数の間の奇数の2乗となる。」ことを文字  $n$  を使って証明せよ。ただし、証明は解答用紙の「 $n$  を整数とし、2つの続いた偶数のうち、小さいほうの偶数を  $2n$  とすると、」に続けて完成させよ。

**3** 図1～図3のように、関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に2点A、Bがあり、 $x$ 座標はそれぞれ-4、2である。原点をOとして、次の問いに答えなさい。

問1 点Aの $y$ 座標を求めよ。

問2 直線ABの傾きを求めよ。

問3 図2、図3のように、関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に点C、 $y$ 軸上に点Dをそれぞれ四角形ABCDが平行四辺形となるようにとる。このとき、次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 点Cの $x$ 座標を求めよ。

(2) 点Dの $y$ 座標を求めよ。

(3) 図3のように、さらに $y$ 軸上に点Eをとる。 $\triangle ADE$ の面積と $\triangle BCE$ の面積が等しくなるとき、点Eの $y$ 座標を求めよ。

図1

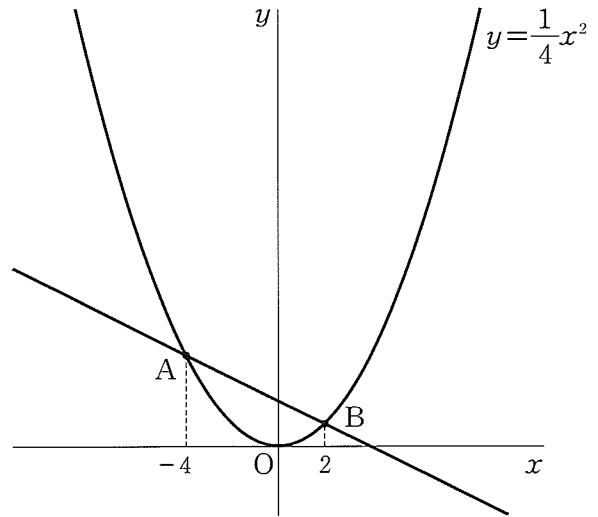


図2

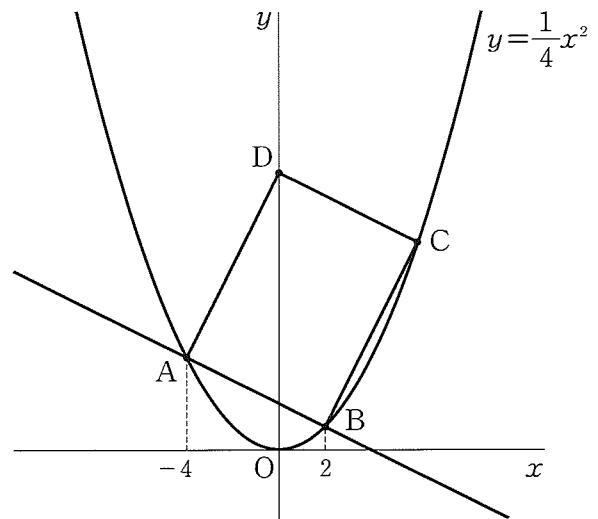
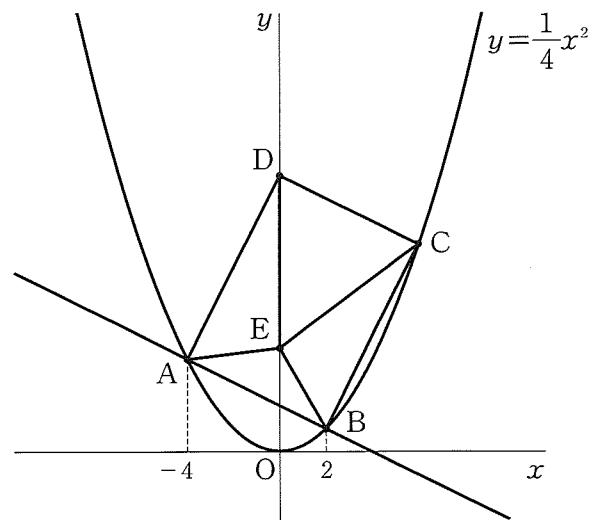


図3



4 図1、図2、図4のように、1辺が4 cm の立方体 ABCDEFGH がある。また、辺 EF、EH の中点をそれぞれ P、Q とする。このとき、次の問いに答えなさい。

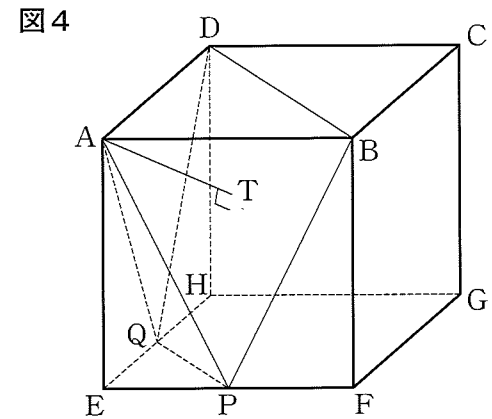
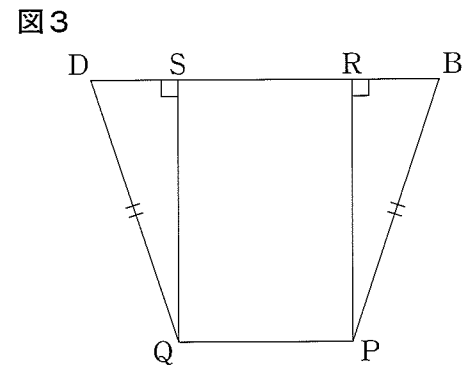
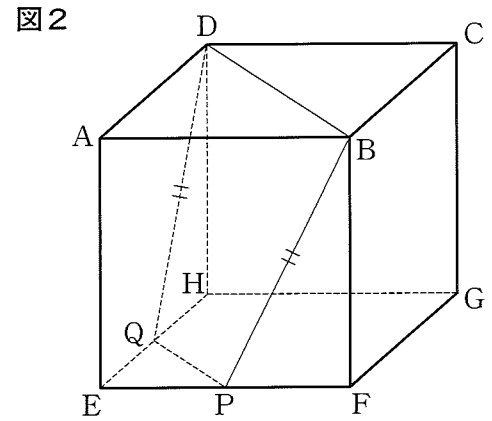
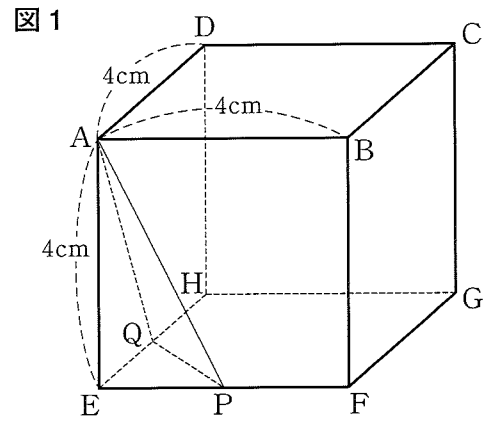
問1 図1において、三角錐 AEPQ の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

問2 図2において、線分 PQ、線分 BP の長さはそれぞれ何 cm か。

問3 図2において、四角形 BDQP は、 $BP = DQ$  の台形である。図3は台形 BDQP を平面に表したものであり、2点 P、Q から辺 BD にひいた垂線と辺 BD との交点をそれぞれ R、S とする。このとき、次の(1)~(3)に答えよ。

- (1) 線分 BR の長さは何 cm か。
- (2) 台形 BDQP の面積は何  $\text{cm}^2$  か。
- (3) 立体 ABDEPQ の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

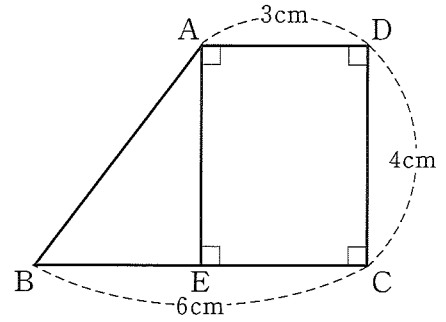
問4 図4のように、点 A から台形 BDQP にひいた垂線と台形 BDQP との交点を T とする。このとき、線分 AT の長さは何 cm か。



5 図1、図2のような四角形 ABCD があり、BC = 6 cm、

CD = 4 cm、DA = 3 cm、 $\angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$  である。また、辺 BC 上に、点 E を四角形 AECD が長方形となるようにとる。このとき、次の問いに答えなさい。

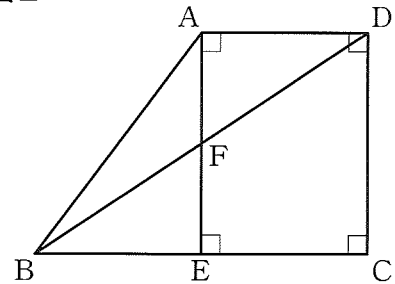
図1



問1  $\triangle ABE$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

問2 図2のように、線分 AE と線分 BD との交点を F とする。このとき、 $\triangle DAF \equiv \triangle BEF$  であることを次のように証明した。 $\square$  (ア)  $\square$ 、 $\square$  (イ)  $\square$  にあてはまることを書き入れて、証明を完成させよ。

図2



(証明)

$\triangle DAF$  と  $\triangle BEF$  において

四角形 AECD は長方形であるから

$BE = BC - EC = 3 \text{ cm}$  となり

$DA = BE \dots \textcircled{1}$

また、 $AD \parallel BC$  であり、平行線の  $\square$  (ア)  $\square$  は等しいので

$\angle ADF = \angle EBF \dots \textcircled{2}$

$\angle DAF = \angle BEF \dots \textcircled{3}$

①、②、③より、

$\square$  (イ)  $\square$  がそれぞれ等しいから

$\triangle DAF \equiv \triangle BEF$

問3 図3のように、図2の四角形 ABCD を頂点 B が頂点 D に重なるように折り返すと、折り目は、辺 AB 上の点 P と辺 BC 上の点 Q とを結ぶ線分 PQ となった。

図3

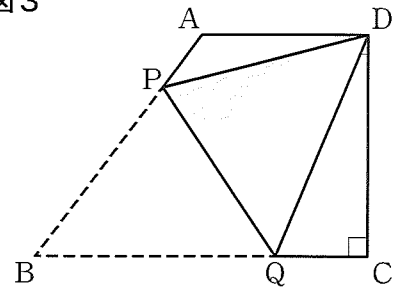
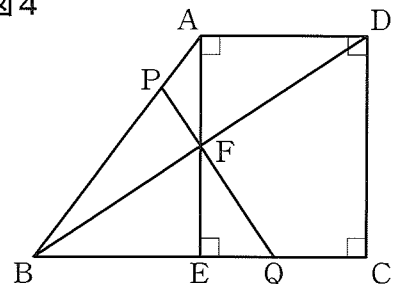


図4は、この折り返しをもとにもどした図である。このとき、次の(1)~(3)に答えよ。

図4



(1)  $\triangle DAF$  と相似な三角形を、次の①~④の中から1つ選び、その番号を書け。

①  $\triangle FPA$

②  $\triangle FEQ$

③  $\triangle AEB$

④  $\triangle BFP$

(2) 線分 EQ の長さは何 cm か。

(3) 線分 AP の長さと線分 PB の長さの比を、最も簡単な整数の比で表せ。

6 幹奈さんと新一さんのクラスでは、文化祭で電球を並べて巨大な電飾のタワーを作ることになりました。タワーを作るために必要な電球の個数について、幹奈さんと新一さんが先生と話をしています。3人の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。

幹奈：ポスターにあるようなタワーを参考にして作ります。タワーは40段で、形は正四角錐<sup>すい</sup>にしましょう。一番上の段を1段目として、1段目は1個、2段目以降は、 $n$ 段目の正方形の一辺に $n$ 個ずつ電球を並べます。図1は、各段に並ぶ電球のうち、1段目から5段目までを表したものです。

新一：まず、1段目から6段目までに電球が何個必要かを考えてみます。1段ずつ考えると、1段目は1個、2段目は4個、3段目は8個、4段目は12個、5段目は16個、6段目は(ア)個となるので、1段目から6段目までの電球の個数の合計は(イ)個です。

幹奈：1段目から順番に40段目までの電球の個数を足していくと、計算が大変ですね。

新一：奇数段目と偶数段目に分けて考えてみましょう。奇数段目は図2のように1段目から順に組み合わせて、しきつめていくと計算しやすいですね。図2を利用して、1段目、3段目、5段目、…、39段目の電球の個数の合計は(ウ) × (ウ) という式で計算できます。

幹奈：偶数段目も同じように計算できますね。

新一：1段目から40段目までの電球の個数の合計は(エ)個になりました。

先生：よくできましたね。でも、そんなに多いと予算を超えてしまいますよ。

幹奈：では、正四角錐はあきらめて、正三角錐で作しましょう。1段目は1個、2段目以降は、 $n$ 段目の正三角形の一辺に $n$ 個ずつ電球を並べます。1段目から40段目までの電球の個数の合計は何個になるかを考えてみます。今度も工夫して計算できないのかな。

先生：図3を利用して、まず6段目までで段をどのように分けて組み合わせるかを考えてみましょう。

新一：わかりました。1段目から6段目までを、(オ)、(カ)、(キ)の3組に分けて、それぞれ組み合わせると、しきつめることができますね。

幹奈：その考え方を利用すれば、1段目から40段目までの個数の合計も求められそうです。でも、正方形のときと同じようには計算できませんね。

先生：例えば、図4の点線で囲まれた電球の個数は、同じ個数の電球を図4のように逆向きにして並べると計算できませんか。

(数分後)

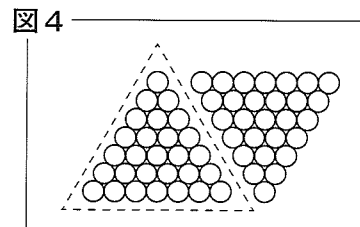
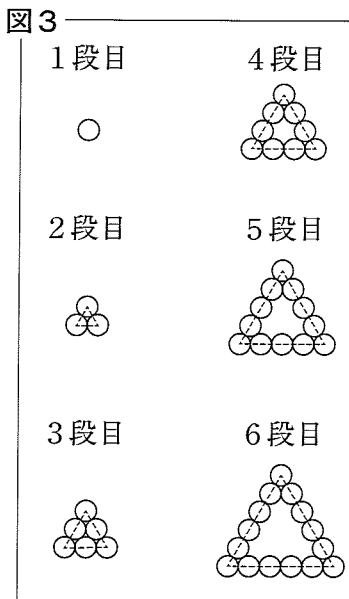
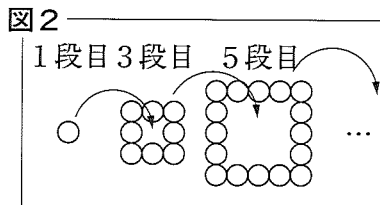
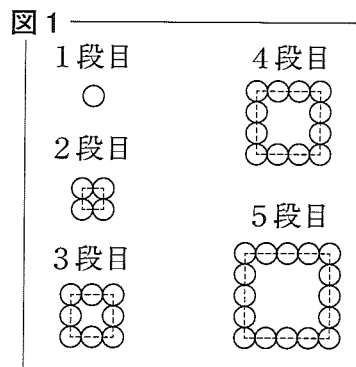
新一：できました。図4の点線で囲まれた電球の個数は(ク) × ((ク) + 1) / (ケ) という式で計算できます。

幹奈：この考え方をを使うと、正三角錐で作る場合、1段目から40段目までの電球の個数の合計は(コ)個になりますね。これで予算内に収まりますか。

ポスター



図において、電球を同じ大きさの○で表し、図1、図3は各段を真上から見た図とする。

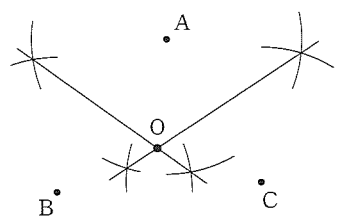


問1 (ア)、(イ)、(ウ)、(エ)にあてはまる自然数を答えよ。

問2 (オ)、(カ)、(キ)にあてはまる段の組を答えよ。

問3 (ク)、(ケ)にあてはまる1けたの自然数を答えよ。

問4 (コ)にあてはまる自然数を答えよ。

問題番号	解 答 例	配 点		
1	(1)	21	3	
	(2)	$x+8y$	3	
	(3)	$\frac{2-\sqrt{2}}{6}$	3	
	(4)	$(x+6)(x-1)$	3	
	(5)	$x = \frac{-3-\sqrt{41}}{4}, x = \frac{-3+\sqrt{41}}{4}$	3	
	(6)	$-3 \leq y \leq 3$	3	
	(7)	289	3	
	(8)	$\angle x = 43$ [°]	3	
	(9)	$18\pi$ [cm <sup>3</sup> ]	3	
	(10)	図3 	3	
2	問1	(1)	14 [冊]	2
		(2)	③	2
		(3)	④	2
	問2	(1)	$\frac{1}{4}$	2
		(2)	$\frac{1}{4}$	2
		(3)	$\frac{3}{8}$	3
	問3	[nを整数とし、2つの続いた偶数のうち、小さいほうの偶数を2nとすると、 大きいほうの偶数は2n+2と表される。 $2n(2n+2)+1 = 4n^2+4n+1$ $= (2n+1)^2$ nは整数より、2n+1は2nと2n+2の間の奇数である。 [よって、2つの続いた偶数の積に1を加えると、その2つの偶数の間の奇数の2乗となる。]	3	
	3	問1	4	2
		問2	$-\frac{1}{2}$	2
問3		(1)	6	3
		(2)	12	3
		(3)	$\frac{9}{2}$	3

問題番号	解 答 例	配 点		
4	問1	$\frac{8}{3}$ [cm <sup>3</sup> ]	2	
	問2	$PQ = 2\sqrt{2}$ [cm]	2	
		$BP = 2\sqrt{5}$ [cm]		
	問3	(1)	$\sqrt{2}$ [cm]	2
		(2)	18 [cm <sup>2</sup> ]	3
		(3)	$\frac{56}{3}$ [cm <sup>3</sup> ]	3
	問4	$\frac{8}{3}$ [cm]	3	
5	問1	6 [cm <sup>2</sup> ]	2	
	問2	(ア)	錯角	1
		(イ)	1組の辺とその両端の角	1
	問3	(1)	②	2
		(2)	$\frac{4}{3}$ [cm]	3
		(3)	AP : PB = 4 : 13	3
	6	問1	(ア)	20
(イ)			61	1
(ウ)			39	2
(エ)			3121	3
問2		(オ)	1段目と4段目	2
		(カ)	2段目と5段目	
		(キ)	3段目と6段目	
問3		(ク)	7	2
		(ケ)	2	
問4		(コ)	2341	3