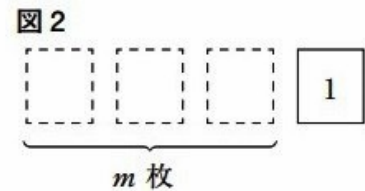
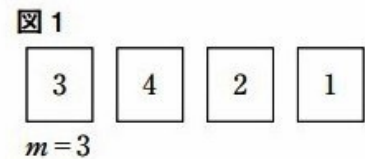


## 2023年度 都立西高校【数学】大問4

$n$ を1より大きい整数とし、1から $n$ までの整数を1つずつ書いた $n$ 枚のカードがある。これら $n$ 枚のカードをよく混ぜて、左から順に横一列に並べてできる $n$ 桁の数を $A$ とする。この $A$ について、以下の【操作】を行う。次の図1から図3は、 $n = 4$ で $A$ が3421の場合について、それぞれの【操作】1から3を表している。

**【操作】**

- 1 一番左のカードに書かれた数を確認し、その数を $m$ とする。
- 2 左から $m$ 枚のカードを順番に取り出す。
- 3 取り出したカードの順番を逆にして左から順に戻す。



今、 $A$ に【操作】を繰り返し行い、一番左に書かれた数が1になったところで、【操作】を終了する。また【操作】が終わるまでの回数を $N(A)$ とする。ただし、 $A$ の一番左の数が1であるときは【操作】を行わず、 $N(A) = 0$ とする。

例えば、 $n = 4$ として、 $A$ が3421の場合、【操作】を繰り返し行くと  
 $3421 \rightarrow 2431 \rightarrow 4231 \rightarrow 1324$  となり、 $N(3421) = 3$ である。

次の各問に答えよ。

〔問1〕

$N(31452)$ の値を求めよ。



〔問2〕

$n = 4$ とする。a、b、c、dは互いに異なる整数で1、2、3、4のいずれかとする。

以下の等式①、②、③が同時に成り立つとき、a、b、c、dの値を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や考え方なども書け。

$$\textcircled{1} N(a b c d) + N(b c d a) = N(a b c d)$$

$$\textcircled{2} N(a b c d) \times N(c a d b) = N(a b c d)$$

$$\textcircled{3} N(a b c d) = 4$$

〔問3〕

$n = 5$ で $N(A) \geq 1$ とする。

Aに行った【操作】が終了したときの数を調べたところ、12345や14235などは存在した。しかしどんなAで【操作】を行っても、【操作】が終了したときの数で、例えば、13254は存在しなかった。全てのAについて【操作】が終了したときに存在しなかった数を調べたところ、13254も含めて全部で9個の数があることが分かった。

これら9個の数の中で3番目に大きい数を求めよ。

