

令和 5 年度

高等学校入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページから 6 ページまであります。
- 2 解答は、すべて解答用紙に記入しなさい。

1 次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(12点)

(1) 次の計算をなさい。

ア $-8 + 27 \div (-9)$

イ $(-6a)^2 \times 9b \div 12ab$

ウ $\frac{2x+y}{3} - \frac{x+5y}{7}$

エ $\sqrt{45} + \frac{10}{\sqrt{5}}$

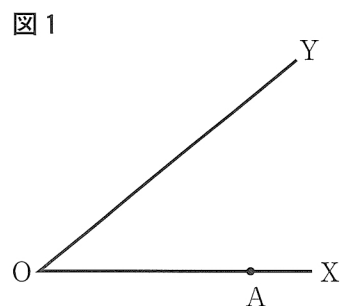
(2) $a = 41$, $b = 8$ のとき, $a^2 - 25b^2$ の式の値を求めなさい。

(3) 次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 + 7x = 2x + 24$$

2 次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(6点)

- (1) 図1において、点Aは辺OX上の点である。点Aから辺OYに引いた垂線上にあり、2辺OX, OYから等しい距離にある点Pを作図しなさい。ただし、作図には定規とコンパスを使用し、作図に用いた線は残しておくこと。



- (2) 次の の中に示したことがらの逆を書きなさい。

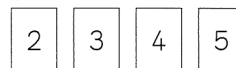
a も b も正の数ならば、 $a + b$ は正の数である。

また、 の中のことがらは正しいが、逆は正しくない。 の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を、1つ書きなさい。

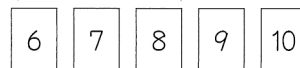
- (3) 2つの袋I, IIがあり、袋Iには2, 3, 4, 5の数字を1つずつ書いた4枚のカードが、袋IIには6, 7, 8, 9, 10の数字を1つずつ書いた5枚のカードが入っている。図2は、袋Iと袋IIに入っているカードを示したものである。

図2

袋Iに入っているカード



袋IIに入っているカード



2つの袋I, IIから、それぞれ1枚のカードを取り出すとき、袋IIから取り出したカードに書いてある数が、袋Iから取り出したカードに書いてある数の倍数である確率を求めなさい。ただし、袋Iからカードを取り出すとき、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。また、袋IIについても同じように考えるものとする。

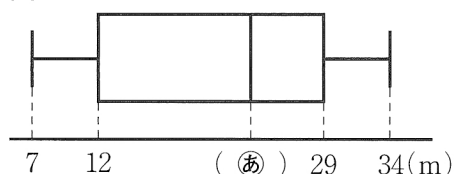
3 あるクラスの10人の生徒A～Jが、ハンドボール投げを行った。表1は、その記録を表したものである。図3は、表1の記録を箱ひげ図に表したものである。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。(4点)

表1

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
距離(m)	16	23	7	29	34	12	25	10	26	32

図3

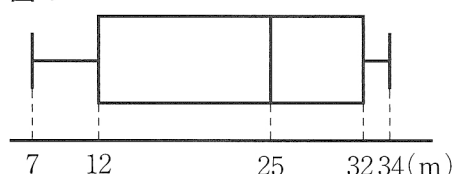


(1) 図3の(a)に適切な値を補いなさい。また、10人の生徒A～Jの記録の四分位範囲を求めなさい。

(2) 後日、生徒Kもハンドボール投げを行ったところ、Kの記録は a m だった。図4は、11人の生徒A～Kの記録を箱ひげ図に表したものである。

このとき、 a がとりうる値をすべて求めなさい。ただし、 a は整数とする。

図4



4 ある中学校の生徒会が、ボランティア活動で、鉛筆とボールペンを集め、2つの団体S、Tへ送ることにした。団体Sは鉛筆のみを、団体Tは鉛筆とボールペンの両方を受け付けていた。

この活動で、鉛筆はボールペンの2倍の本数を集めることができた。鉛筆については、集めた本数の80%を団体Sへ、残りを団体Tへ送った。また、ボールペンについては、集めた本数の4%はインクが出なかったため、それらを除いた残りを団体Tへ送った。団体Tへ送った、鉛筆とボールペンの本数の合計は、団体Sへ送った鉛筆の本数よりも18本少なかった。

このとき、集めた鉛筆の本数とボールペンの本数は、それぞれ何本であったか。方程式をつくり、計算の過程を書き、答えを求めなさい。(5点)

5 図5の立体は、円Oを底面とする円すいである。この円すいにおいて、底面の半径は3 cm、母線ABの長さは6 cmである。また、線分OAと底面は垂直である。

このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(6点)

- (1) 次のア~オの5つの投影図のうち、1つは円すいの投影図である。円すいの投影図を、ア~オの中から1つ選び、記号で答えなさい。

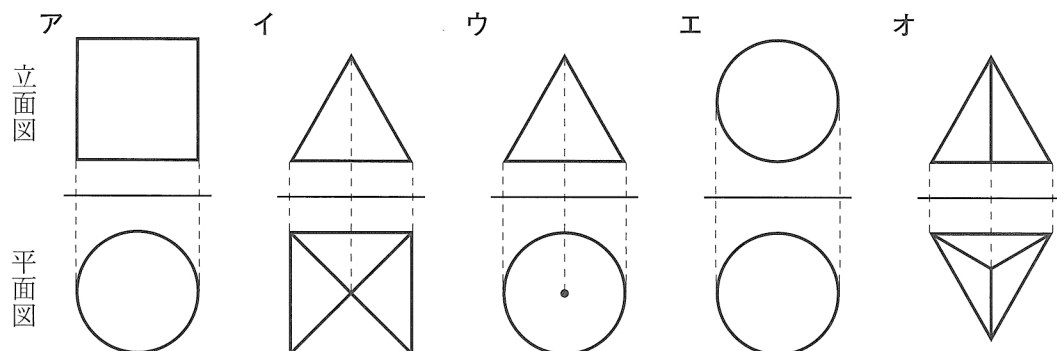
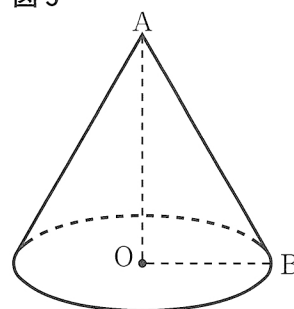
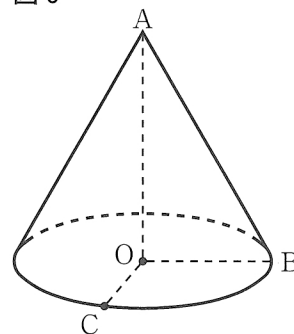


図5



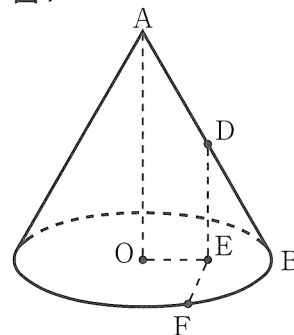
- (2) この円すいにおいて、図6のように、円Oの円周上に $\angle BOC = 110^\circ$ となる点Cをとる。小さい方の \widehat{BC} の長さを求めなさい。ただし、円周率は π とする。

図6



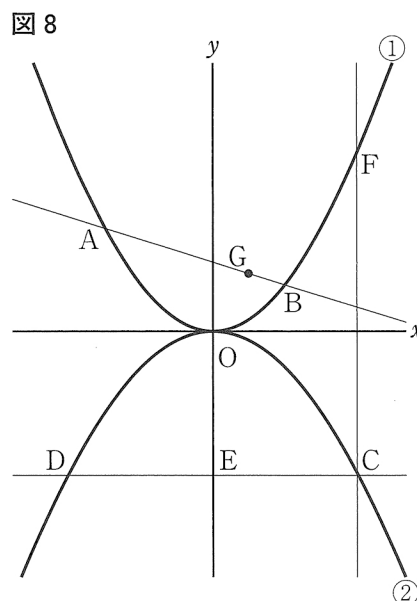
- (3) この円すいにおいて、図7のように、ABの中点をDとし、点Dから底面に引いた垂線と底面との交点をEとする。また、円Oの円周上に $\angle OEF = 90^\circ$ となる点Fをとる。 $\triangle ODF$ の面積を求めなさい。

図7



- 6 次の 中の文は、授業で T 先生が示した資料である。
このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(8点)

図 8 において、①は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフであり、②は関数 $y = bx^2$ ($b < 0$) のグラフである。2点 A, B は、放物線①上の点であり、その x 座標は、それぞれ $-3, 2$ である。点 C は、放物線②上の点であり、その座標は $(4, -4)$ である。点 C を通り x 軸に平行な直線と放物線②との交点を D とし、直線 CD と y 軸との交点を E とする。点 C を通り y 軸に平行な直線と放物線①との交点を F とする。また、点 G は直線 AB 上の点であり、その x 座標は 1 である。



RさんとSさんは、タブレット型端末を使いながら、
図 8 のグラフについて話している。

Rさん：関数 $y = bx^2$ の比例定数 b の値は求められるね。
Sさん：②は点 C を通るから b の値は (㉞) だよ。
Rさん：関数 $y = ax^2$ の a の値は決まらないね。
Sさん：タブレット型端末を使うと、㉟ a の値を変化させたときのグラフや図形の変化するようすが分かるよ。
Rさん：そうだね。㉠ 3点 D, G, F が一直線上にある場合もあるよ。
Sさん：本当だね。計算で確認してみよう。

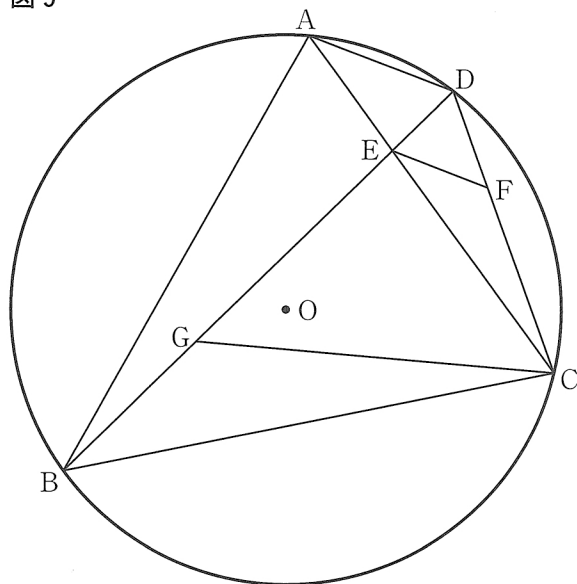
- (1) (㉞) に適切な値を補いなさい。
- (2) 下線部㉟のときの、グラフや図形の変化するようすについて述べたものとして正しいものを、次のア~オの中からすべて選び、記号で答えなさい。
- ア a の値を大きくすると、①のグラフの開き方は小さくなる。
 - イ a の値を小さくすると、点 A の y 座標から点 B の y 座標をひいた値は大きくなる。
 - ウ a の値を大きくすると、 $\triangle OBE$ の面積は大きくなる。
 - エ a の値を小さくすると、直線 OB の傾きは小さくなる。
 - オ a の値を大きくすると、線分 CF の長さは短くなる。
- (3) 下線部㉠のときの、 a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

7 図9において、4点A, B, C, Dは円Oの円周上の点であり、 $\triangle ABC$ は $BA = BC$ の二等辺三角形である。ACとBDとの交点をEとし、点Eを通りADに平行な直線とCDとの交点をFとする。また、BD上に $GC = GD$ となる点Gをとる。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。(9点)

(1) $\triangle BCG \sim \triangle ECF$ であることを証明しなさい。

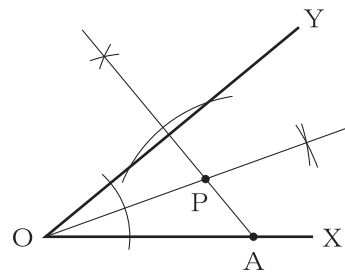
図9



(2) $GC = 4 \text{ cm}$, $BD = 6 \text{ cm}$, $CF = 2 \text{ cm}$ のとき、GE の長さを求めなさい。

問題番号		正 答 ・ 正 答 例			
1	(1)	ア	- 1 1		
		イ	2 7 a		
		ウ	$\frac{11x - 8y}{21}$		
		エ	$5\sqrt{5}$		
	(2)	8 1			
(3)	$x = -8, x = 3$				
2	(1)	※1			
	(2)	逆	$a + b$ が正の数ならば, a も b も正の数である。		
		反 例	※2		
(3)	$\frac{7}{20}$				
3	(1)	㊦	2 4	四分位範囲	1 7
	(2)	3 2, 3 3, 3 4			
4	方 程 式	※3			
	計 算 の 過 程	※3			
	答	鉛筆 1 5 0 本, ボールペン 7 5 本			
5	(1)	ウ			
	(2)	$\frac{11}{6} \pi$			
	(3)	$\frac{9\sqrt{15}}{8}$			
6	(1)	$-\frac{1}{4}$			
	(2)	ア, エ			
	(3)	求める過程	※4		
答		$\frac{3}{10}$			
7	(1)	※5			
	(2)	$\frac{13}{4}$			

※1 大問2(1)



※2 大問2(2)(反例)

$a = -1, b = 2$ のとき, 「 $a + b$ が正の数ならば, a も b も正の数である」は成立しない。

※3 大問4(方程式と計算の過程)

集めた鉛筆の本数を x 本, ボールペンの本数を y 本とする。

$$\begin{cases} x = 2y & \dots\dots ① \\ 0.2x + 0.96y = 0.8x - 18 & \dots\dots ② \end{cases}$$

② $\times 100$ より, $20x + 96y = 80x - 1800 \rightarrow 60x - 96y = 1800$

これに①を代入して, $120y - 96y = 1800$
 $y = 75$

$y = 75$ を①に代入して, $x = 150$

※4 大問6(3)(求める過程)

A (-3, 9a), B (2, 4a) より, 直線 AB の式は,
 $y = -ax + 6a$

よって, G (1, 5a) となる。

D (-4, -4), F (4, 16a) より, 3点 D, G, F が一直線上にあるのは, DG の傾きと GF の傾きが等しいときである。

$$\frac{5a - (-4)}{1 - (-4)} = \frac{16a - 5a}{4 - 1}$$

これを解いて, $a = \frac{3}{10}$

※5 大問7(1)

$\triangle BCG$ と $\triangle ECF$ において,

仮定より, $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから,

$\angle BAC = \angle BCA \dots\dots ①$

\widehat{BC} の円周角より, $\angle BAC = \angle BDC \dots\dots ②$

仮定より, $GC = GD$ だから, $\triangle GCD$ も二等辺三角形のため,

$\angle GDC = \angle GCD \dots\dots ③$

①, ②, ③より, $\angle BCA = \angle GCD \dots\dots ④$

また, $\angle BCG = \angle BCA - \angle GCE \dots\dots ⑤$

$\angle ECF = \angle GCD - \angle GCE \dots\dots ⑥$

④, ⑤, ⑥より, $\angle BCG = \angle ECF \dots\dots ⑦$

\widehat{CD} の円周角より, $\angle CBG = \angle CAD \dots\dots ⑧$

仮定より, $AD \parallel EF$ だから, 平行線の同位角は等しいため,

$\angle CAD = \angle CEF \dots\dots ⑨$

⑧, ⑨より, $\angle CBG = \angle CEF \dots\dots ⑩$

⑦, ⑩より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$\triangle BCG \sim \triangle ECF$