

受検番号	第	番
------	---	---

令和 6 年度学力検査問題

数 学 [学校選択問題] (10時35分~11時25分)
(50分間)

注 意

1 解答用紙について

- (1) 解答用紙は1枚で、問題用紙にはさんであります。
- (2) 係の先生の指示に従って、所定の欄2か所に受検番号を書きなさい。
- (3) 答えはすべて解答用紙のきめられたところに、はっきりと書きなさい。
- (4) 解答用紙は切りはなしてはいけません。
- (5) 解答用紙の*印は集計のためのもので、解答には関係ありません。

2 問題用紙について

- (1) 表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (2) 問題は全部で5問あり、表紙を除いて10ページです。
- (3) 問題用紙の余白を利用して、計算したり、図をかいたりしてもかまいません。

3 解答について

- (1) 答えに根号を含む場合は、根号をつけたままで答えなさい。
 - (2) 答えに円周率を含む場合は、 π を用いて答えなさい。
- 印刷のはっきりしないところは、手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(45点)

(1) $(-6xy^3) \div \left(\frac{3}{2}x^2y\right) \times (-5x)^2$ を計算しなさい。(4点)

(2) $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ のとき, $xy - x - y + 1$ の値を求めなさい。(4点)

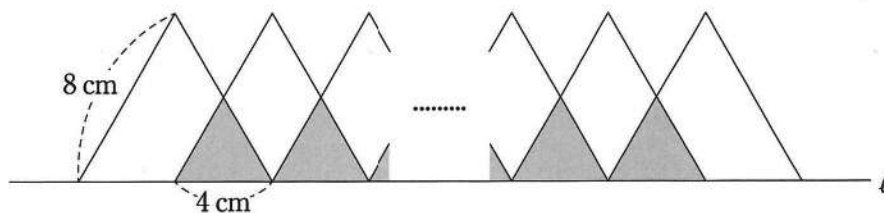
(3) 2次方程式 $5(x-1)^2 + 3(x-1) - 1 = 0$ を解きなさい。(4点)

(4) 右の表は, あるクラスの生徒20人が, 2学期に借りた本の冊数を, 度数分布表に表したものです。この表から読みとることができる内容として正しいものを, 次のア~エの中から一つ選び, その記号を書きなさい。(4点)

借りた本の冊数(冊)	度数(人)
以上 未満	
0 ~ 4	2
4 ~ 8	3
8 ~ 12	4
12 ~ 16	8
16 ~ 20	3
合計	20

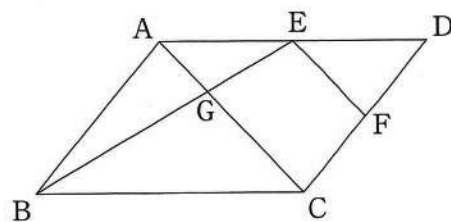
- ア 中央値は8冊以上12冊未満の階級にある。
 イ 8冊以上12冊未満の階級の相対度数は4である。
 ウ 最頻値は8である。
 エ 12冊以上16冊未満の階級の累積相対度数は0.85である。

(5) 下の図のように, 直線 ℓ 上に1辺が8cmの正三角形を底辺が4cmずつ重なるようにかいていきます。正三角形を x 個かいたとき, かげ(■)をつけた重なる部分と重ならない部分の面積の比が2:5になりました。このとき, x の値を求めなさい。(4点)

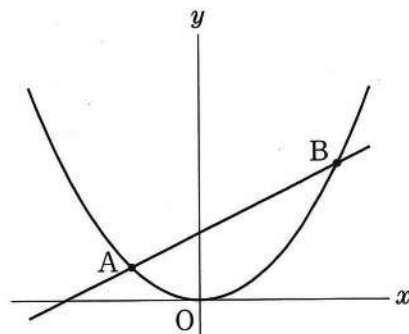


- (6) 右の図のような平行四辺形 ABCD があり、
 辺 AD, CD の中点をそれぞれ E, F とします。
 線分 AC と線分 BE との交点を G とするとき、 $\triangle ABG$
 の面積は $\triangle DEF$ の面積の何倍になるか求めなさい。

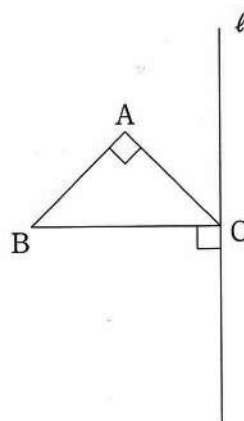
(5 点)



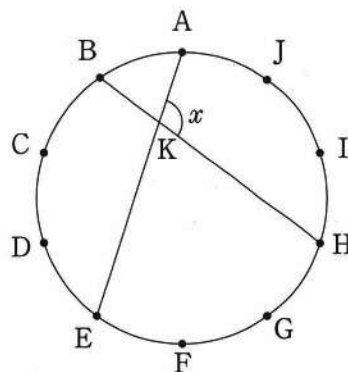
- (7) 右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと、傾きが $\frac{1}{2}$ である一次関数のグラフが、2 点 A, B で交わっています。点 A の x 座標が -2 、点 B の x 座標が 4 であるとき、この一次関数の式を求めなさい。(5 点)



- (8) 右の図のような、 $AB = AC = 2\text{ cm}$ 、 $\angle BAC = 90^\circ$ の $\triangle ABC$ があり、頂点 C を通り、辺 BC に垂直な直線 ℓ をひきます。このとき、 $\triangle ABC$ を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。(5 点)

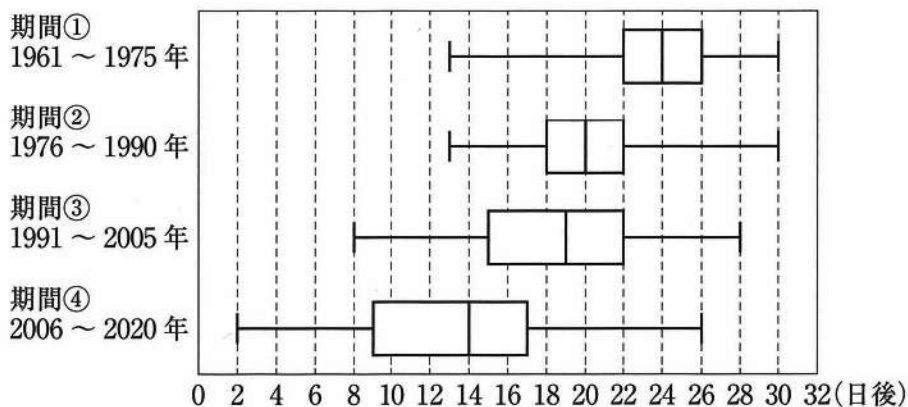


- (9) 右の図のように、円周の長さを10等分する点A～Jがあります。線分AEと線分BHとの交点をKとするとき、 $\angle AKH$ の大きさ x を求めなさい。(5点)



- (10) 次は、先生とSさん、Tさんの会話です。これを読んで、下の問に答えなさい。

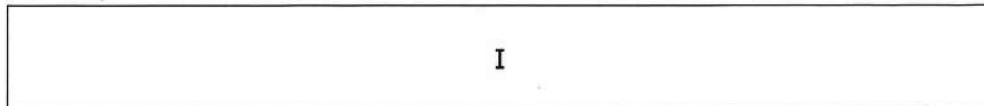
先生「わたしたちの中学校では、校庭にある桜の開花日を生徒会の役員が毎年記録しています。次の図は、1961年から2020年までの記録を、3月15日を基準日としてその何日後に開花したかを、期間①から期間④の15年ごとの期間に分け、箱ひげ図にそれぞれ表したものです。これを見て、気づいたことを話し合ってみましょう。」



Sさん「4つの箱ひげ図を見ると、桜の開花日は60年間でだんだん早くなっているようだね。」

Tさん「だけど、期間①と期間②の箱ひげ図は、最も早い開花日と最も遅い開花日が同じ位置だよ。それでも、開花日は早くなっているといえるのかな。」

Sさん「期間①と期間②の箱ひげ図を比べると、



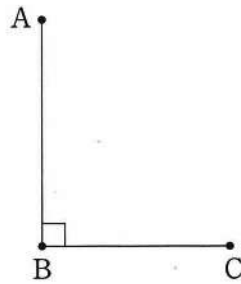
から、期間①より期間②の方が、開花日は早くなっているといえると思うよ。」

- 問 会話中の I にあてはまる、開花日が早くなっていると考えられる理由を、第1四分位数、第3四分位数という二つの語を使って説明しなさい。(5点)

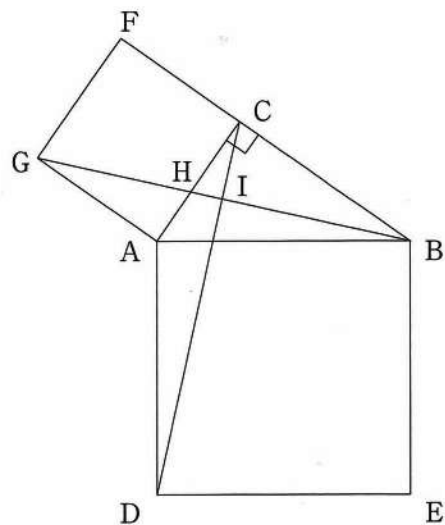
2 次の各問に答えなさい。(13点)

- (1) 下の図のように、 $\angle ABC = 90^\circ$ となる3点A, B, Cがあります。このとき、線分ACが対角線となり、 $AB \parallel PC$, $AB : PC = 2 : 3$ であるような台形ABCPの頂点Pをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。(6点)



- (2) 右の図のように、直角三角形ABCの辺ABを1辺とする正方形ADEBと、辺ACを1辺とする正方形ACFGがあります。線分GBと、辺AC, 線分CDとの交点をそれぞれH, Iとすると、 $\angle CIH = 90^\circ$ であることを証明しなさい。(7点)



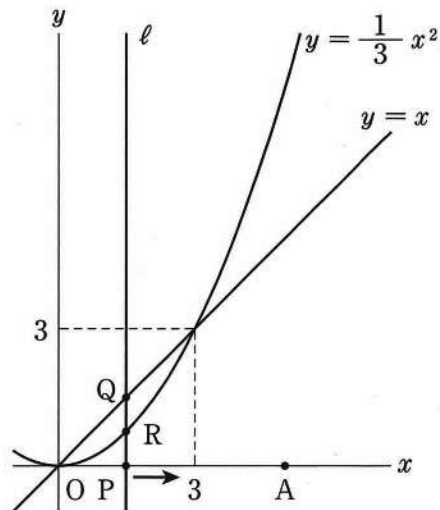
- 3 次は、ある数学の【問題】について、先生とFさん、Gさんが会話している場面です。これを読んで、あとの各問に答えなさい。(13点)

先生「次の【問題】について、考えてみましょう。」

【問題】

右の図のように、 x 軸上を点Pが原点Oから点A(5, 0)まで動きます。点Pの x 座標を t ($0 \leq t \leq 5$)として、点Pを通り y 軸に平行な直線を ℓ としたとき、直線 ℓ と直線 $y=x$ との交点をQ、直線 ℓ と放物線 $y = \frac{1}{3}x^2$ との交点をRとします。

PQ : RQ = 4 : 1になるときの点Pの x 座標をすべて求めなさい。



Fさん「線分PQと線分RQの長さの比ではなく、線分PQと線分PRの長さの比を考えればわかりやすいかな。」

Gさん「そうだね。点Qと点Rの x 座標はそれぞれ t なので、点Qの y 座標は 、点Rの y 座標は になるよ。これで、線分PQの長さとして線分PRの長さをそれぞれ t で表すことができるね。」

Fさん「そうすると、 $t=0, 3$ の場合は線分RQの長さが0だから、除いて考える必要があるね。 $0 < t < 3$ の場合、PQ : RQ = 4 : 1という条件にあてはまるのは、PQ : PR = 4 : 3かな。」

Gさん「そうだね。でも $3 < t \leq 5$ の場合、PQ : PR = 4 : 3だと、その条件にあてはまらないよ。」

Fさん「なるほど。すると $3 < t \leq 5$ の場合も、線分PQと線分PRの長さの比を正しく表すことができれば、【問題】は解けそうだね。」

先生「そのとおりです。それでは、【問題】を解いてみましょう。」

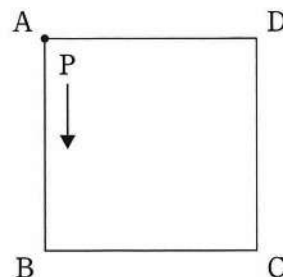
(1) , にあてはまる式を, t を使って表しなさい。(4点)

(2) 下線部の理由を, 点Qと点Rの y 座標にふれながら説明しなさい。(5点)

(3) $PQ:RQ = 4:1$ になるときの点Pの x 座標をすべて求めなさい。(4点)

4 右の図のように、正方形 ABCD の頂点 A に点 P があります。硬貨を投げ、次の【ルール】に従って、点 P を、反時計回りに正方形 ABCD の頂点上を動かす操作を行うとき、あとの各問に答えなさい。

ただし、硬貨の表と裏の出かたは、同様に確からしいものとします。(17点)



【ルール】

- [1] 1枚の硬貨を投げ、表が出たら頂点2つ分、裏が出たら頂点1つ分、点Pは進んで止まる。
- [2] [1]をくり返し、点Pが再び頂点Aに止まったとき、操作は終了する。

(1) 硬貨を2回投げたときに、操作が終了する確率を求めなさい。(5点)

(2) 次の①, ②に答えなさい。

① 点Pが正方形 ABCD をちょうど1周したところで, 操作が終了する場合の数は何通りあるか求めなさい。(6点)

② 点Pが正方形 ABCD をちょうど2周したところで, 操作が終了する場合の数は何通りあるか求めなさい。(6点)

5 図1のような、1辺の長さが6cmの正方形を底面とし、高さが12cmの透明でふたのない直方体の容器 ABCD-EFGH を水で満たし、水平な床の上に置きました。このとき、次の各問に答えなさい。

ただし、容器の厚さは考えないものとします。(12点)

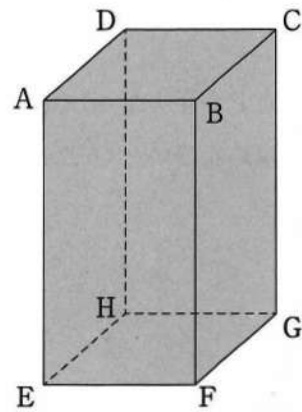


図 1

(1) 辺 FG を床につけたまま、図2のように、線分 AF が床と垂直になるように容器を傾けて、水をこぼしました。

このとき、容器に残っている水の体積を求めなさい。(6点)

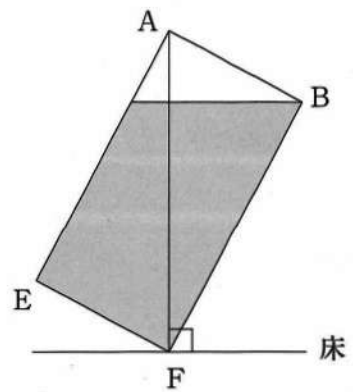


図 2

- (2) 辺 FG を床につけたまま、図3のように、線分 AF が床と 45° になるように容器をさらに傾けて、水をこぼしました。点 A から床に垂線をひき、床との交点を P 、水面と線分 AP との交点を Q とするとき、床から水面までの高さ PQ を求めなさい。(6点)

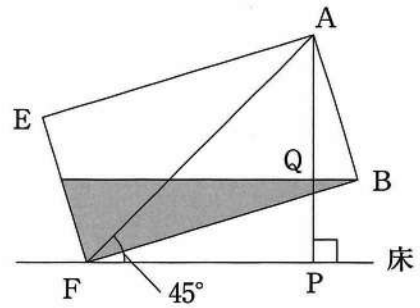


図 3

(以上で問題は終わりです。)

令和6年度採点の手引 (数学[学校選択問題])

問題	正 答	配 点	採点上の注意	
1	(1)	$-100xy^2$	4	45
	(2)	$2-2\sqrt{2}$	4	
	(3)	$x = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}$	4	
	(4)	エ	4	
	(5)	$x=9$	4	
	(6)	$\frac{4}{3}$ (倍)	5	
	(7)	$y = \frac{1}{2}x + 2$	5	
	(8)	$4\sqrt{2}\pi$ (cm ³)	5	
	(9)	108 (度)	5	
	(10)	(説明) (例) 期間①より期間②の方が, 第1四分位数, 第3四分位数ともに基準日に近い	5	内容に応じて部分点を認める。

問題	正 答	配 点	採点上の注意
2	(例) 	6	内容に応じて部分点を認める。
	(2) (説明) (例) △ACD と △AGB において 仮定から、AC=AG …………… ① AD=AB …………… ② ∠CAD=∠CAB+∠BAD =∠CAB+90° ∠GAB=∠GAC+∠CAB =90°+∠CAB から、 ∠CAD=∠GAB …………… ③ ①, ②, ③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ACD≡△AGB … ④ △AGH と △ICH において ④から、∠AGH=∠ICH …………… ⑤ ∠GHA=∠CHI …………… ⑥ ⑤, ⑥から、2組の角がそれぞれ等しいので、△AGH∽△ICH したがって、∠GAH=∠CIH=90°	7	1 3 要点をおさえ、論理の筋道がとれているものは、正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
3	(1) ア t イ $\frac{1}{3}t^2$	4	1 3 内容に応じて部分点を認める。
	(2) (説明) (例) 点Rのy座標が、点Qのy座標より大きくなるから。	5	
	(3) $x = \frac{9}{4}, \frac{15}{4}$	4	
4	(1) $\frac{1}{4}$	5	1 7
	(2) ① 5 (通り) ② 9 (通り)	6 6	
5	(1) 378 (cm ³)	6	1 2
	(2) $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ (cm)	6	
配 点 合 計		100	