令和６年度学力検査問題

（第２限　10：30〜11：20）

数　　学

注　　意

1　「始め」の合図があるまでは，開いてはいけません。

2　問題は全部で５題あり，10ページまでです。

3　「始め」の合図があったら，まず，解答用紙に検査場名，受検番号を書きなさい。

4　答えは，すべて解答用紙に書きなさい。

5　「やめ」の合図で，すぐ鉛筆をおき，解答用紙を裏返しにして机の上におきなさい。

注意　$\sqrt{}$ や円周率 π が必要なときは，およその値を用いないで $\sqrt{}$ や π のままで答えること

【第1問題】 次の問1～問9に答えなさい。

問1　$5+3\times(-4)$　を計算しなさい。

問2　$(2\sqrt{3}-\sqrt{7})(2\sqrt{3}+\sqrt{7})$　を計算しなさい。

問3　比例式　$x:(x-3)=5:3$　で，x の値を求めなさい。

問4　連立方程式　$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$　を解きなさい。

問5　方程式　$(x-2)^2=7$　を解きなさい。

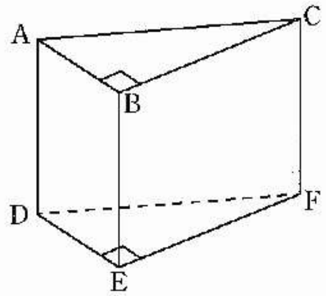
問6　次の**1**，**2**にある数量の関係を，等式か不等式で表しなさい。

1　20L入る容器に毎分 x Lずつ水を入れるとき，容器が水でいっぱいになるまで y 分間かかる。

2　30mのテープから a mのテープを5本切り取ると，残りは b mより長い。

問7　**図1**は，底面が直角三角形で，側面がすべて長方形の三角柱である。平面ADEBと垂直な平面を，後の**ア～エ**から**すべて**選び，記号で答えなさい。

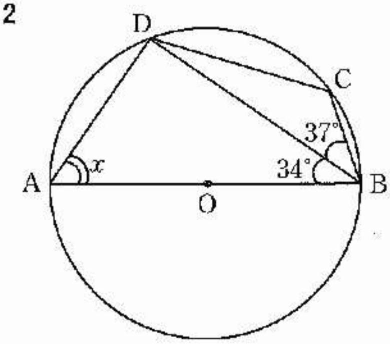
図1



ア　平面ABC　　　**イ**　平面DEF　　　**ウ**　平面ADFC　　　**エ**　平面BEFC

問8　**図2**のように，円Oの円周上に4点A，B，C，Dをとる。ABが直径であるとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。

図2



問9　太郎さんは，近所のお店に飾られている組子（くみこ）とよばれる木工細工を見た。組子の模様の1つに，**図3**のような二等辺三角形を組み合わせてできている「麻の葉（あさのは）」とよばれるものがあった。太郎さんはその美しさに感動し，**図4**のように組子の模様の一部を作図した。二等辺三角形をそれぞれ**ア～カ**とすると，**ア～カ**はすべて合同である。後の**1**，**2**に答えなさい。

「麻の葉」模様の組子

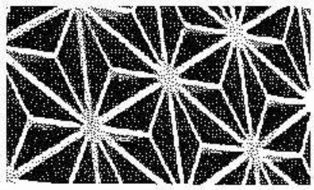


図3

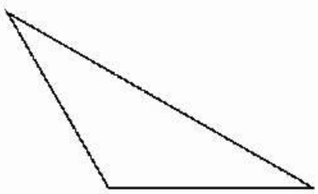
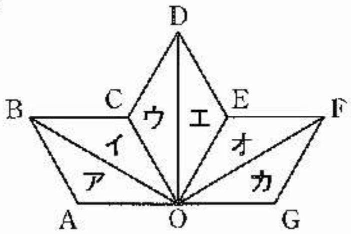


図4

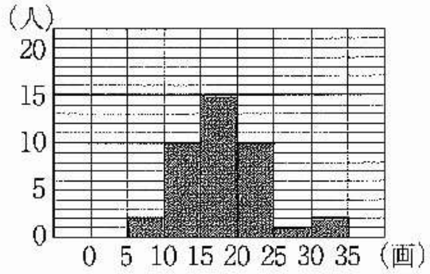


1　三角形**ア**を，直線OCを対称の軸として，対称移動して重ね合わせることができる三角形を，**イ～カ**から**1つ**選び，記号で答えなさい。

2　三角形**ア**を，点Oを回転の中心として，回転移動して重ね合わせることができる三角形を，**イ～カ**から**すべて**選び，記号で答えなさい。

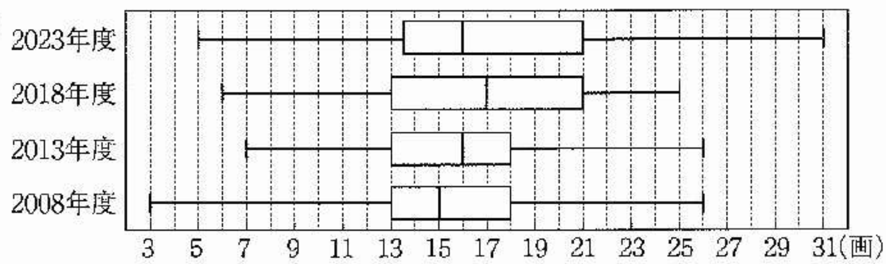
【第２問題】 次の問１，問２に答えなさい。

問１　太郎さんは，生徒の名前の画数を「花子」であれば10画，「クリス」であれば６画のように調べた。**図１**は，太郎さんの学校の2023年度の３年生40人について，調べた結果をヒストグラムに表したものである。例えば，30画以上35画未満の階級の度数は２人である。後の１，２に答えなさい。

図１


1　最初の階級から15画以上20画未満の階級までの累積度数を求めなさい。

2　**図２**は2023年度，2018年度，2013年度，2008年度の３年生について，調べた結果を箱ひげ図に表したものである。ただし，３年生の人数は年度によって異なる場合がある。後の(1)，(2)に答えなさい。

図２


(1)　**図２**の箱ひげ図から読みとれることとして**正しいと判断できるもの**を，次の**ア**～**オ**から**２つ**選び，記号で答えなさい。

ア　2023年度と2018年度の第１四分位数は等しい。

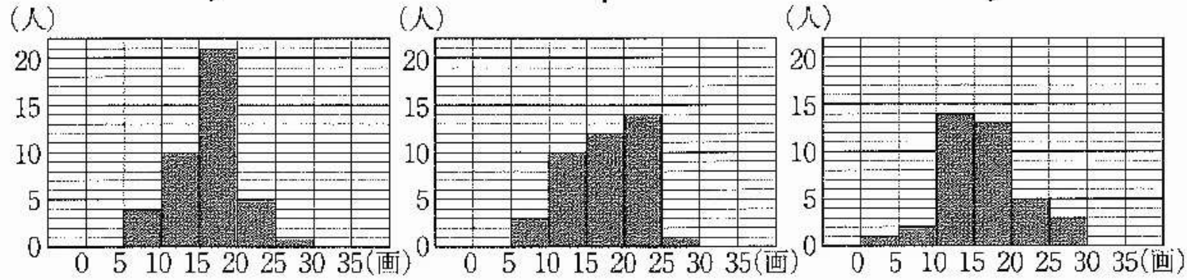
イ　2023年度と2013年度では，範囲も四分位範囲も2023年度の方が大きい。

ウ　2018年度の平均値は17画である。

エ　2013年度には10画以下の人はいない。

オ　どの年度も半数以上の人が15画以上である。

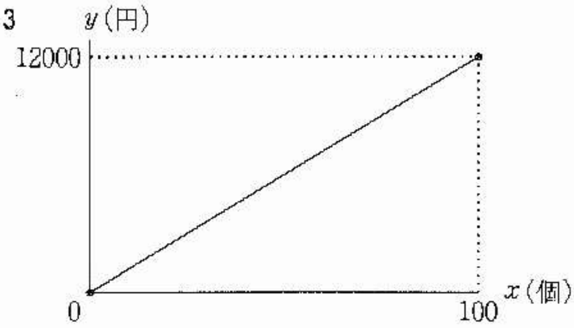
(2)　次の**ア**～**ウ**は，2018年度，2013年度，2008年度のいずれかのデータを使って作成したヒストグラムであり，**図２**の箱ひげ図と対応している。**2013年度のヒストグラム**を，次の**ア**～**ウ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。



問2　太郎さんは，祭りでかき氷を販売することにした。販売した個数をx個，販売額の合計をy円とし，yをxの関数とみなして，xとyの関係について調べた。次の**1**，**2**に答えなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

1　**図3**は，かき氷100個をすべて同じ価格で販売したときのグラフである。1個の価格を求めなさい。

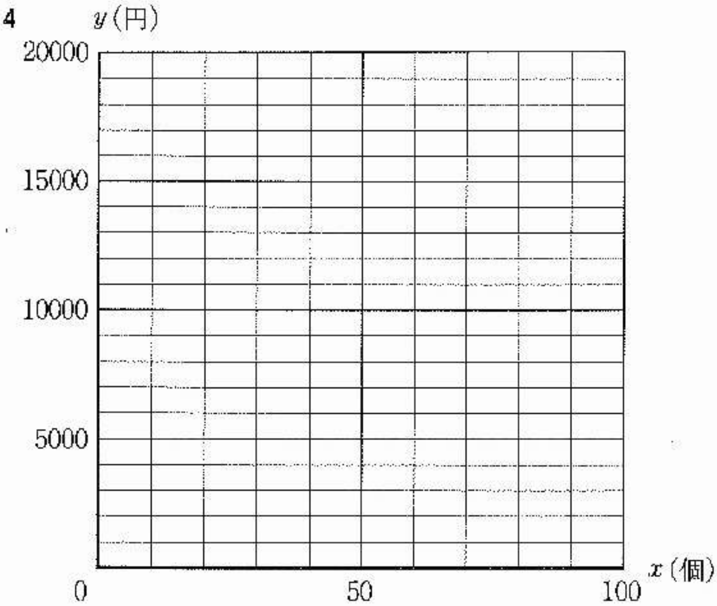
図3



2　太郎さんは，かき氷を100個販売することにした。売れ行きによっては，途中で値下げして残りすべてを販売するつもりである。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1)　はじめのうちは1個の価格を200円にして40個販売し，その後，1個の価格を100円に値下げして残りすべてを販売したときの，xとyの関係を表すグラフを解答用紙の**図4**にかきなさい。

図4

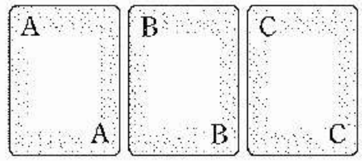


(2)　(1)の販売額の合計は，1個の価格を200円にして100個すべてを販売した場合と比べていくら少なくなるか，求めなさい。

(3)　はじめのうちは1個の価格を200円にして何個か販売し，その後，1個の価格を100円に値下げして残りすべてを販売する。販売額の合計を12000円以上にするためには，1個の価格を200円にしているときに，何個以上販売する必要があるか，求めなさい。

【第３問題】 図のようにＡ，Ｂ，Ｃと書かれた３枚のカードがある。
太郎さんと花子さんは，次のルールでゲームをくり返して行うことにした。後の**問１**，**問２**に答えなさい。

図



ルール

・花子さんは，異なる３つの自然数を決めて，小さい方から順にＡ，Ｂ，Ｃのカードに書く。
・花子さんは，３枚のカードをよく混ぜ，太郎さんに１枚ひいてもらう。
・ひいた１枚のカードに書かれた数の**２乗**した数を，太郎さんの得点とする。
・残った２枚のカードに書かれた２つの数の**積**を，花子さんの得点とする。
・太郎さんと花子さんの得点を比べ，大きい方を勝ちとする。ただし，得点が同じときは引き分けとする。

問１　太郎さんのカードのひき方は同様に確からしいものとする。次の**１**～**３**に答えなさい。

１　太郎さんが３枚のカードから１枚ひくとき，Ａのカードをひく確率を求めなさい。

２　次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　カードに書かれた数が，Ａは１，Ｂは２，Ｃは３のとき，太郎さんが勝つ確率を求めなさい。

(2)　カードに書かれた数が，Ａは１，Ｂは２，Ｃは４のとき，花子さんが勝つ確率を求めなさい。

３　太郎さんが勝つことの起こりやすさと，花子さんが勝つことの起こりやすさとが同じになるような，カードに書かれた３つの自然数の組を**１組**答えなさい。ただし，**２**の問題文中に出てきた数の組（１，２，３），（１，２，４）以外の組を答えること。

問２　**太郎さんがＢのカードをひいたとき**の２人の得点について，次の文章を読んで，後の**１**，**２**に答えなさい。

例えば，カードに書かれた数が３つの連続する自然数のとき，太郎さんと花子さんの得点は，次の**表１**のようになる。

表１

A	B	C	太郎さんの得点	花子さんの得点	得点の差
1	2	3	4	3	1
2	3	4	9	8	1
3	4	5	16	15	1

表１から，次のように予想することができる。

予想１

カードに書かれた数が３つの連続する自然数ならば，太郎さんが Ｂのカードをひいたとき，太郎さんの得点は，花子さんの得点よりいつでも１大きい。

予想 1 が正しいことは，次のように証明できる。

証明 1

カードに書かれた 3 つの連続する自然数のうち，B のカードに書かれた数を n とすると，A は $n-1$，C は $n+1$ と表すことができる。太郎さんが B のカードをひいたとき，太郎さんの得点から花子さんの得点をひくと，

$$
\begin{aligned}
n^2-(n-1)(n+1) &= n^2-(n^2-1)\\
&= n^2-n^2+1\\
&= 1
\end{aligned}
$$

したがって，カードに書かれた数が 3 つの連続する自然数ならば，太郎さんが B のカードをひいたとき，太郎さんの得点は，花子さんの得点よりいつでも 1 大きい。

カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数のとき，太郎さんと花子さんの得点は，次の**表 2**，**表 3** のようになる。ただし，a は自然数とする。

表 2　$a=2$ のとき

A	B	C	太郎さんの得点	花子さんの得点	得点の差
1	3	5	9	5	4
2	4	6	16	12	4

表 3　$a=3$ のとき

A	B	C	太郎さんの得点	花子さんの得点	得点の差
1	4	7	16	7	9
2	5	8	25	16	9

1　カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数のとき，どんな性質があるかを次のように予想した。$\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる数または式を入れ，**予想 2** を完成しなさい。

予想 2

カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数ならば，太郎さんが B のカードをひいたとき，太郎さんの得点は，花子さんの得点よりいつでも $\boxed{\text{ア}}$ 大きい。

2　**予想 2** が正しいことを次のように証明した。$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ にあてはまる数または式を入れなさい。また，$\boxed{\text{エ}}$ に証明の続きを書き入れ，**証明 2** を完成しなさい。ただし，$\boxed{\text{ア}}$ には 1 と同じものが入る。

証明 2

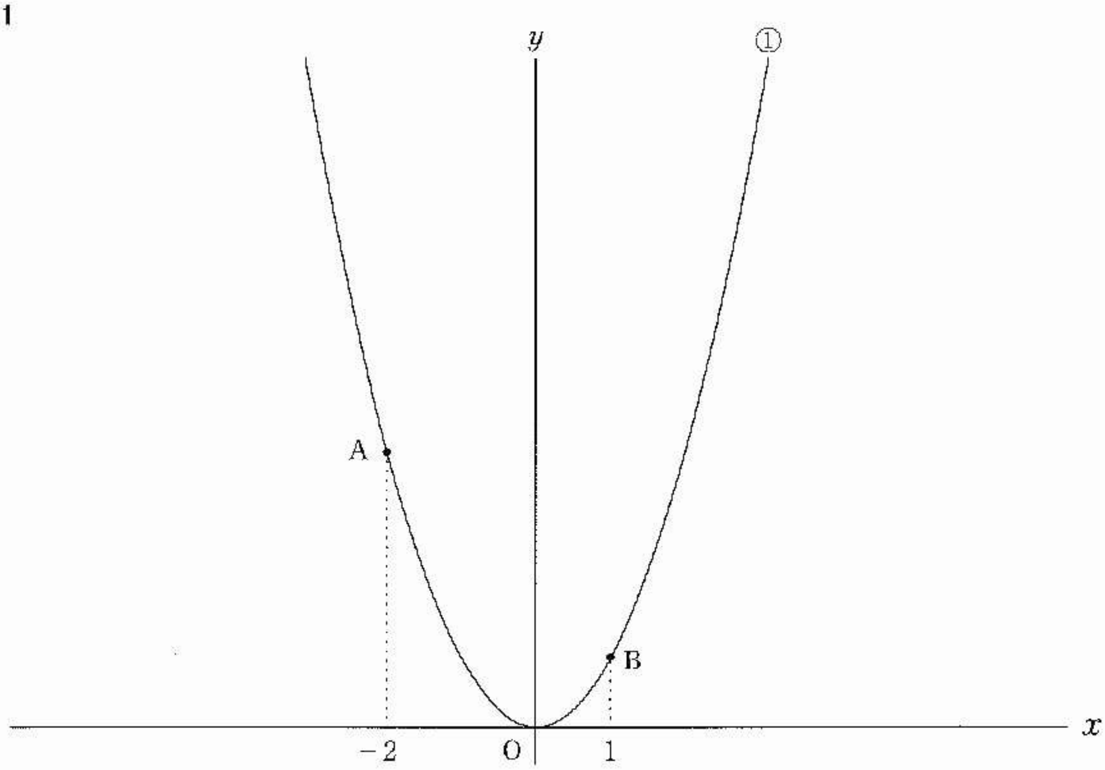
カードに書かれた a ずつはなれた自然数のうち，B のカードに書かれた数を n とすると，A は $\boxed{\text{イ}}$，C は $\boxed{\text{ウ}}$ と表すことができる。太郎さんが B のカードをひいたとき，太郎さんの得点から花子さんの得点をひくと，

$$\boxed{\qquad\qquad\text{エ}\qquad\qquad}$$

したがって，カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数ならば，太郎さんが B のカードをひいたとき，太郎さんの得点は，花子さんの得点よりいつでも $\boxed{\text{ア}}$ 大きい。

【第4問題】 図1のように，関数 $y=x^2$ … ① のグラフ上に，2点A，Bがあり，x座標はそれぞれ -2，1である。後の問1～問3に答えなさい。

図1



問1 次の1～3に答えなさい。

1 点Aの y 座標を求めなさい。

2 2点A，Bの間の距離を求めなさい。

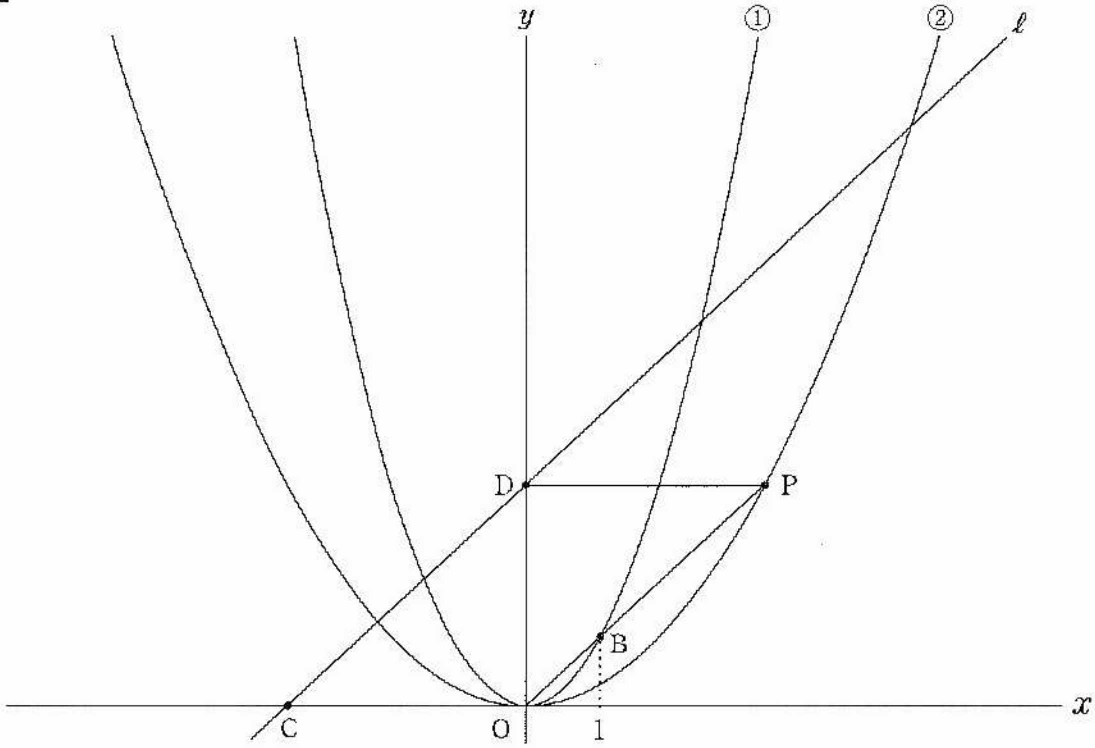
3 直線OBと傾きが等しく，点Aを通る直線の式を求めなさい。

問2 次の $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

> 関数①について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq \boxed{ア}$ のとき，y の変域は $\boxed{イ} \leqq y \leqq 9$ である。

問 3　図 2 の直線ℓは，関数 $y=x+4$ のグラフである。直線ℓとx軸の交点をC，直線ℓとy軸の交点をDとする。線分OBを延長した直線上に，四角形DCOPが平行四辺形となるような点Pをとる。ただし，点Pのx座標は正とする。また，関数 $y=ax^2$（aは定数）… ② のグラフは，点Pを通る。後の **1**，**2** に答えなさい。

図 2



1　aの値を求めなさい。

2　関数②のグラフと辺CDの交点をQとする。また，関数①のグラフと辺DPの交点をRとする。△OPQと△BPRの面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

【第5問題】 図1のように，直角二等辺三角形の三角定規を直線ℓ上におき，三角定規の頂点がある位置をO，A，Bとする。このとき，$\angle$AOB$=90^\circ$，OA$=$OBである。この三角定規を，点Oを回転の中心として時計回りに回転させたとき，移動後の頂点を，**図2**のようにP，Qとする。後の**問1**～**問3**に答えなさい。

図1

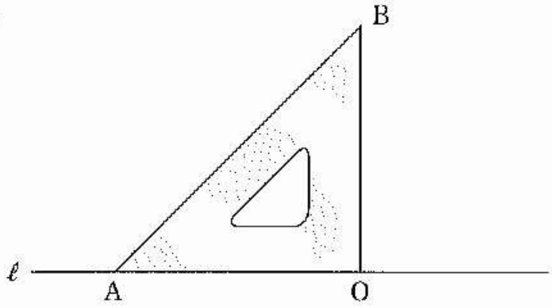
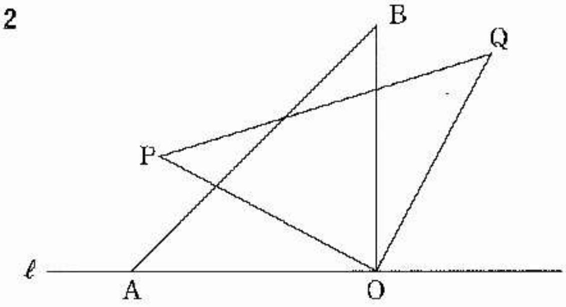


図2



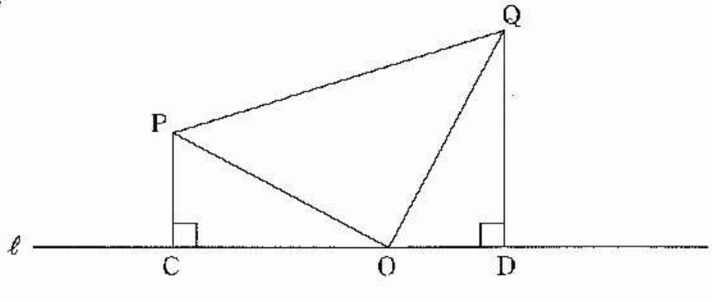
問1　$\angle$OPQの大きさを求めなさい。

問2　次の**1**，**2**に答えなさい。

1　点Qを通る直線ℓの垂線を，コンパスと定規を用いて解答用紙の図に作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

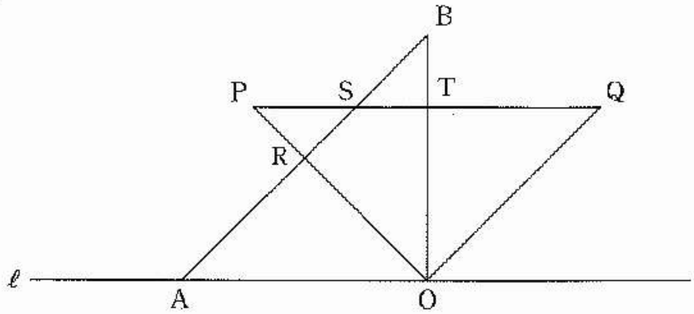
2　**図3**のように，点P，Qをそれぞれ通る直線ℓの垂線をひき，直線ℓとの交点を順にC，Dとする。$\triangle$PCO$\equiv\triangle$ODQであることを証明しなさい。

図3



問 3　**図 4** は∠AOP＝45°となるまで三角定規を回転したものである。辺OPと辺ABの交点をR，辺PQと辺ABの交点をS，辺PQと辺OBの交点をTとする。OA＝2のとき，後の **1**，**2** に答えなさい。

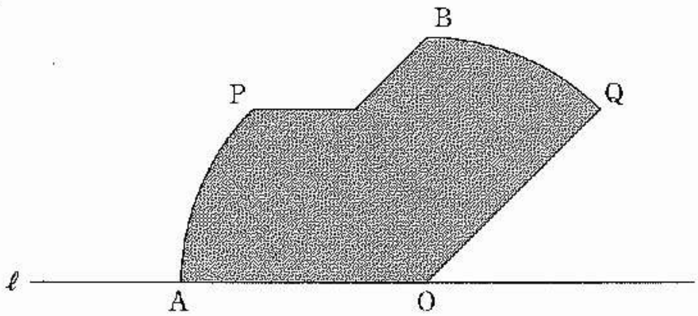
図 4



1　PRの長さを求めなさい。

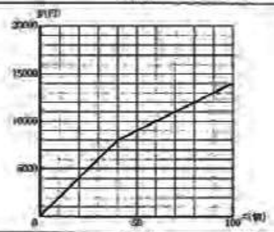
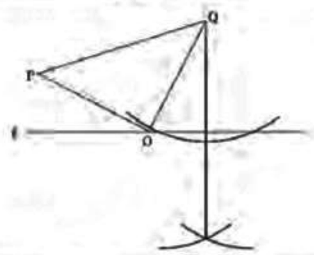
2　**図 5** の色をつけて表した部分は，∠AOP＝45°となるまで三角定規を回転したときに，三角定規が通った部分である。色をつけて表した部分の面積を求めなさい。

図 5



数　学　正解答(例)

令和６年度

問題番号				正　解　答	配 点
第1問題	問1			-7	1点
	問2			5	1点
	問3			$x=\frac{15}{2}$	1点
	問4			$x=2,\ y=-1$	1点
	問5			$x=2\pm\sqrt{7}$	1点
	問6	1		$xy=20$	1点
		2		$30-5a>b$	1点
	問7			ア，イ，エ	1点
	問8			$\angle x=56°$	1点
	問9	1		エ	1点
		2		ウ，オ	1点
					計11点
第2問題	問1	1		27　人	1点
		2	(1)	イ，オ	2点
			(2)	ア	2点
	問2	1		120　円	1点
		2	(1)		2点
			(2)	6000　円	1点
			(3)	20　個以上	2点
					計11点
第3問題	問1	1		$\frac{1}{3}$	1点
		2	(1)	$\frac{2}{3}$	1点
			(2)	$\frac{1}{3}$	1点
		3		(1，3，9)　など	2点
	問2	1	ア	a^2	1点
		2	イ	$n-a$ ／ ウ　$n+a$	1点
			エ	$n^2-(n-a)(n+a)=n^2-(n^2-a^2)$ $=n^2-n^2+a^2$ $=a^2$	2点
					計9点
第4問題	問1	1		4	1点
		2		$3\sqrt{2}$	1点
		3		$y=x+6$	1点
	問2			ア　3　／ イ　0	2点
	問3	1		$a=\frac{1}{4}$	2点
		2		△OPQ：△BPR＝8：3	2点
					計9点
第5問題	問1			$\angle$OPQ＝45°	1点
	問2	1			2点
		2		【証明】△PCOと△ODQにおいて 仮定より　OP＝QO　…① ∠PCO＝∠ODQ＝90°　…② △PCOにおいて，三角形の内角の和は180°だから ∠OPC＝180°－90°－∠COP＝90°－∠COP　…③ 3点C，O，Dが一直線上にあるから ∠QOD＝180°－90°－∠COP＝90°－∠COP　…④ ③，④より　∠OPC＝∠QOD　…⑤ ①，②，⑤より直角三角形で，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから △PCO≡△ODQ	3点
	問3	1		$2-\sqrt{2}$	2点
		2		$\pi+4-2\sqrt{2}$	2点
					計10点
記述で答える問いについては，表現が異なっていても正解答と同意であればよい。					合計50点