

2025 年度 早稲田大学高等学院【数学】大問 4

1 辺の長さが 2 の正方形 $ABCD$ と、この正方形と同じ平面にある点 P に対して、

$$S = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle CDP + \triangle DAP$$

とおく。ここで、 $\triangle XYZ$ は、3 点 X, Y, Z を頂点とする三角形の面積を表す。

ただし、3 点 X, Y, Z が同じ直線上にある場合は、 $\triangle XYZ = 0$ とする。

このとき、次の問いに答えよ。

(1)

点 P が、正方形 $ABCD$ の内側にあるとき、 S の値を求めよ。

(2)

4 点 A, B, C, D を通る円の弧 CD のうち、短い方を弧 a とする。

点 P が、弧 a 上で 2 点 C, D から等距離の位置にあるとき、 S の値を求めよ。

(3)

正方形 $ABCD$ の対角線 AC と平行で、辺 AD の中点を通る直線を ℓ とする。

点 P が、直線 ℓ 上の点で正方形 $ABCD$ の外側にあり、かつ $AP = \sqrt{10}/2$ のとき、 S の値を求めよ。

(4)

$4 \leq S \leq 8$ のとき、点 P が動きうる範囲の面積を求めよ。

