

2025年度 早稲田大学高等学院【数学】大問4

1辺の長さが2の正方形A B C Dと、この正方形と同じ平面にある点Pに対して、

$$S = \triangle A B P + \triangle B C P + \triangle C D P + \triangle D A P$$

とおく。ここで、 $\triangle XYZ$ は、3点X、Y、Zを頂点とする三角形の面積を表す。

ただし、3点X、Y、Zが同じ直線上にある場合は、 $\triangle XYZ = 0$ とする。

このとき、次の問い合わせに答えよ。

(1)

点Pが、正方形A B C Dの内側にあるとき、Sの値を求めよ。

(2)

4点A、B、C、Dを通る円の弧CDのうち、短い方を弧aとする。

点Pが、弧a上で2点C、Dから等距離の位置にあるとき、Sの値を求めよ。

(3)

正方形A B C Dの対角線ACと平行で、辺ADの中点を通る直線を ℓ とする。

点Pが、直線 ℓ 上の点で正方形A B C Dの外側にあり、かつ $AP = \sqrt{10}/2$ のとき、Sの値を求めよ。

(4)

$4 \leq S \leq 8$ のとき、点Pが動きうる範囲の面積を求めよ。

