

2025年度 須磨学園高校【数学】大問5

次の文章を読んで以下の問い合わせに答えなさい。

なお、この問題においては、1億円を10000万円と表すこととする。

スマー工場では、製品をつくるために、ある原料を発注および保管している。

ある1年間において、スマー工場の原料の発注と保管にかかる総費用を考えてみよう。

〈条件〉

原料1tを1年間保管し続けるためには400万円の保管費用がかかる。

たとえば、原料3tを1年間保管し続けるためには1200万円、

原料 $\frac{1}{2}$ tを $\frac{1}{2}$ 年間保管し続けるためには100万円の保管費用がかかる。

1年のはじめに、1回目の発注を行う。

1回の発注ごとに50万円の発注費用がかかる。

この発注費用は発注の量によらず、一定である。

発注費用と保管費用の合計を総費用という。

1年間で、合計100tの原料を発注して使うことが決まっており、

一定量ずつ使用する。

この〈条件〉のもと、太郎くんと花子さんが会話をしている。

太郎：まずは、この原料100tを1年間使わずに保管し続ける場合を考えてみよう。

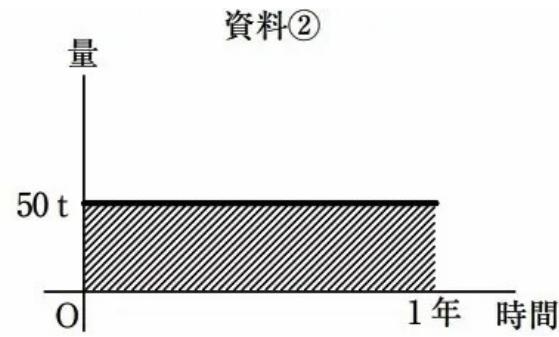
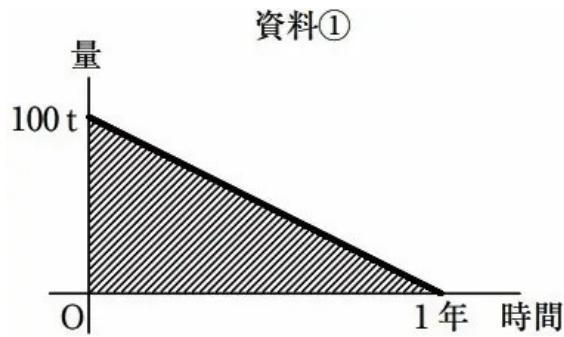
必要な費用は1回目の発注費用と1年間の保管費用だけだから、総費用は（ア）万円だね。

花子：そうだね。でも実際には、原料は常に使われていくから、保管する量も次第に

減っていくことになるよね。その場合の保管費用はどのように考えたらいいんだろう。

太郎：こんな資料を見つけたんだ。次の資料①と資料②を見て。





太郎：100 t を 1 年間で使い切るときと、50 t を 1 年間使わずに保管し続けるときの保管量の変化を表したものになっているよ。

花子：なるほど。こうして資料①と資料②を比べて変化を見てみると、

100 t を 1 年間で使い切るときと 50 t を 1 年間使わずに保管し続けるときで、1 年間の保管する量が同じになることがわかるね。

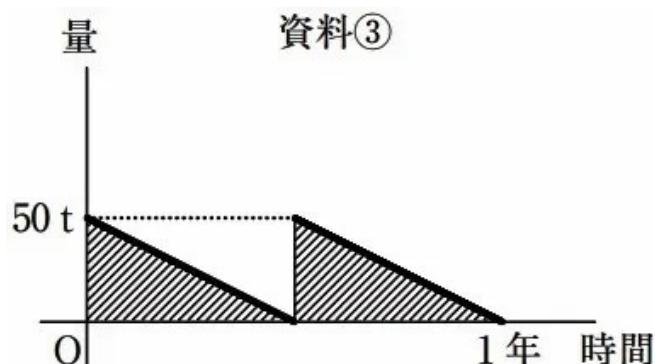
太郎：そうだね。資料①と資料②で、1 年間の保管費用は同じになるね。

花子：ということは、1 回目に 100 t を発注し、その 100 t を 1 年間で使い切るときの総費用は（イ）万円とわかるね。

太郎：そうだね。同じように考えれば、保管する量が次第に減っていくときでも、保管費用を求めることができそうだね。

花子：ほかの資料はなにかないの？

太郎：こんな資料③も見つけたよ。



花子：100 t を 2 回にわけて、50 t ずつ発注しているときの資料だね。

太郎：発注が 2 回行われているから、発注費用が多くなっちゃうね。

花子：でも、保管する量が少ない分、保管費用はおさえられているね。

(1)

太郎くんと花子さんの会話中にある空欄（ア）、（イ）に入る数値を答えなさい。



資料③のように、100 t の発注は必ずしも1回で行う必要はなく、
50 t ずつ2回にわけて発注したり、25 t ずつ4回にわけて発注したりしてもよい。
発注は必ず同じ量ずつ行われ、原料の在庫が無くなると即座に発注する。
また、発注から納品までにかかる時間は考えないものとする。

(2)

会話を参考にして、1/2年ごとに50 t ずつ発注するとき、
発注と保管にかかる総費用（万円）を求めなさい。

(3)

1/4年ごとに25 t ずつ発注するとき、発注と保管にかかる総費用（万円）を求めなさい。

(4)

nを1以上の整数とする。 $\frac{1}{n}$ 年ごとに $\frac{100}{n}$ t ずつ発注するとき、

発注と保管にかかる総費用（万円）をnの式で表しなさい。

また、総費用が最小となるときのnの値とそのときの最小値（万円）を求めなさい。

ただし、つぎの（参考）を使ってよいものとする。

参考

$x > 0$ のとき、 $5x + \frac{45}{x}$ の最小値は以下のようにして求めることができる。

$$5x + \frac{45}{x} = 5 \times \frac{x^2}{x} + \frac{45}{x} = \frac{5x^2 + 45}{x} = 5 \times \frac{x^2 + 9}{x}$$

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ なので、これをを利用して

$$5 \times \frac{x^2 + 9}{x} = 5 \times \frac{(x^2 - 6x + 9) + 6x}{x} = 5 \times \left[\frac{(x - 3)^2}{x} + 6 \right] = 5 \times \frac{(x - 3)^2}{x} + 30$$

$x > 0$ で、 $\frac{(x - 3)^2}{x}$ は $x = 3$ のときに0、それ以外のときは0より

大きな値をとる。よって、 $5x + \frac{45}{x}$ は $x = 3$ のとき最小値30をとる。

